

Лабораторная 33. Часть II.

II. Численные методы

2.1. Решение алгебраических уравнений Средство «Подбор параметра»

2.1.1. Общие сведения

Инструмент **Подбор параметра** является одним из вычислительных средств MS Excel. С его помощью можно решать алгебраические уравнения или подбирать значения ячейки, от которой зависят значения других ячеек. При этом в зависимых ячейках должны находиться формулы, в которые исходная ячейка входит как параметр.

2.1.2. Пример

Цена на товар вначале увеличилась на 25%, а затем снизилась на 15%, после чего она стала равной 163 руб. Определить исходную цену товара.

Решение.

1. Подготовим в Excel таблицу для расчета итоговой цены, считая первоначальную цену известной и равной, например, 100 р.

	A	B
1	Исходная цена	100
2	Цена после повышения на 25%	=B1*1,25
3	Цена после снижения на 15%	=B2*0,85

В итоге в ячейке В3 получим значение, равное 106,25. Чтобы подобрать исходную цену, при которой итоговая цена станет равной 163 р. выполните

2. Выберите в меню **Сервис** команду **Подбор параметра...**

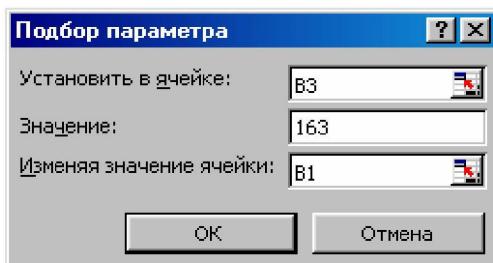


Рис.2.1. Окно **Подбор параметра**

В появившемся окне (рис.2.1) введите для поля **Установить в ячейке** значение **B3**, для поля **Значение** – **163**, для поля **Изменяя значение ячейки** – **B1**. После нажатия кнопки **OK** Excel автоматически подберет значение ячейки **B1**, при которой в **B3** получится результат, равный 163. Таким значением окажется цена 151,41 р.

2.1.3. Варианты заданий

1. Определить, какой должна быть оптовая цена товара, чтобы вместе с 16% торговой наценкой и с последующим 5% президентским налогом с

продажи розничная цена равнялась 25 руб.

2. Банк ежемесячно начисляет проценты по формуле сложных процентов:

$$S = P(1 + c)^t,$$

где S – текущий вклад;

P – начальный вклад;

c – сложная ставка;

t – время.

Определить, какой должна быть исходная сумма, чтобы через 6 месяцев общая сумма вклада оказалась равной 2000 руб.

3. Банк ежемесячно начисляет 5% от суммы вклада. Определить, каким должна быть исходная сумма, чтобы через 6 месяцев общая сумма вклада оказалась равной 2000 руб.

4. Спрос на товары А и В меняется соответственно по закону

$$\begin{aligned} S_a &= 100 + 3t \\ S_b &= 2e^t, \end{aligned}$$

где t – время в месяцах.

Определить, в какой момент S_b станет больше, чем S_a .

Указание: следует найти t такое, чтобы разность $S_b - S_a$ оказалась равной 0.

5. При расчете отпускной цены подакцизного товара поступают следующим образом:

1) вначале учитывают норму рентабельности

$$CI = S * (100 + r),$$

где S – себестоимость (руб.)

r – норма рентабельности (в %)

2) находят отпускную цену по формуле:

$$c = \frac{c_1}{100 - \sigma} \cdot 100,$$

где σ – акцизная ставка (в %)

Пользуясь электронными таблицами Excel, составить расчет C по данным S, r, σ .

1) Найти C при $S = 6000, r = 20\%, \sigma = 20\%$.

2) определить с помощью инструмента **Подбор параметра**, какой должна быть себестоимость S , если $c=8000$ (при тех же r и σ).

6. Валовой доход предприятия в 2004 году составил 100000 \$. В предыдущие 5 лет (начиная с 1999 г.) он изменялся следующими темпами: +10%, +20%, +15%, -30%, +20% .

Определить годовой доход предприятия в 1999 г.

7. Банк ежемесячно начисляет проценты по формуле простых процентов:

$$S = P(1 + ct),$$

где S – текущий вклад;

P – начальный вклад;

c – простая ставка;

t – время.

Определить время, через которое вклад возрастет в 2 раза.

8. Банк ежемесячно начисляет проценты по формуле простых процентов:

$$S = P(1 + ct),$$

где S – текущий вклад;

P – начальный вклад;

c – простая ставка;

t – время.

Определить, каким должна быть исходная сумма, чтобы через 6 месяцев общая сумма вклада оказалась равной 2000 руб.

9. Наследство в 15 млрд. долларов, оставшееся после смерти миллиардера NN, необходимо на основании завещания поделить между наследниками, начиная с родственников первого уровня и заканчивая пятым уровнем родства, соблюдая следующие условия:

- доли родственников одинакового уровня равны;
- доли родственников первого, второго, третьего, четвертого и пятого уровня выраженные в долларах, находятся по отношению друг к другу в следующей пропорции:

$$x^5 : x^4 : x^3 : x^2 : x;$$

где x – некоторое положительное число, отличное от 1.

Всего оказалось 3 родственника первого уровня, 8 родственников второго уровня, 20 родственников третьего уровня, 75 родственников четвертого уровня и 226 родственников пятого уровня.

Определить, как следует распределить наследство.

10. Цена товара снижалась дважды: вначале на 30%, а затем еще на 10 %, после чего стала равной 120 р. Найти первоначальную цену.

11. Турист побывал в четырех странах. При этом он:

- во Франции он истратил денег в 2 раза больше, чем в Германии;
- в Дании в 3 три раза меньше, чем во Франции;
- в Испании в 1.5 раза больше, чем в Дании.

Определить сколько денег он истратил в каждой стране, если его общие расходы составили 5000\$.

12. Банк ежемесячно начисляет проценты по формуле сложных процентов:

$$S = P(1 + c)^t,$$

где S – текущий вклад;
 P – начальный вклад;
 c – сложная ставка;
 t – время.

Определить, через сколько месяцев сумма вклада увеличится в 1.5 раза

13. Один банк начисляет проценты по вкладам по сложным процентам, а второй – по простым (см. задания 2, 7). При заданных значениях ставок определить через сколько месяцев стоимость вклада по сложным процентам превзойдет стоимость вклада по простым процентам.

14. Начальная цена некоторого товара была равна 100 руб. После двукратного подорожания на одно и то же количество процентов его цена стала равна 144 руб. Найти величину однократной наценки.

2.2. Решение систем уравнений

2.2.1. Общие сведения

В некоторых прикладных задачах возникает необходимость в решении систем линейных уравнений. В общем виде система линейных уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = y_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = y_2 \\ \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = y_n \end{cases} \quad (2.1)$$

Простейшие методы решения таких систем (к примеру, метод последовательного исключения переменных) рассматриваются еще в школьном курсе математики.

Имеющиеся в Excel средства также позволяют решать системы уравнений. Однако в основе этих средств лежит уже другая математика.

Такой основой является матричный подход к описанию самих систем и методы решения матричных уравнений.

При этом предполагается, что у читателя имеется знание основных определений из теории матричной алгебры и правил работы с матрицами.

В матричном виде система (1) имеет вид:

$$AX = Y, \quad (2.2)$$

где A – матрица коэффициентов системы;
 X – вектор–столбец неизвестных;
 Y – вектор–столбец свободных членов.

Решением уравнения (2) является:

$$X = (A^T A)^{-1} A^T Y, \quad (2.3)$$

где A^T – транспонированная матрица коэффициентов;
 $(A^T A)^{-1}$ – матрица, обратная матрице $A^T A$.

2.2.2. Реализация расчетов в Excel

Пусть нам дана следующая система уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 25 \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 7 \\ -2x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 4 \end{cases} \quad (2.4)$$

В матричном виде уравнение (4) выглядит следующим образом:

$$\left| \begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 4 & |x_1| \\ 2 & -3 & 3 & |x_2| \\ -2 & -4 & 2 & |x_3| \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} 25 \\ 7 \\ 4 \end{array} \right| \quad (2.4a)$$

Процесс решения уравнения (2.4) или (2.4а) состоит в последовательном вычислении компонентов уравнения (2.3).

- 1) В ячейках D5:F7 разместим матрицу коэффициентов;
- 2) В ячейках H5:H7 разместим вектор–столбец Y;

	C	D	E	F	G	H
3						
4		A				Y
5		1	3	4		25
6		2	-3	3		7
7		-2	-4	2		4
8						

3) Получим транспонированную матрицу A^T .

Для этого:

- копируем ячейки D5:F7 в буфер;
- устанавливаем курсор в ячейку D11;
- выполняем команды **Правка** > **Специальная вставка** > **Транспонировать** > **Ok**.

	C	D	E	F	G	H
9						
10		A^T				
11		1	2	-2		
12		3	-3	-4		
13		4	3	2		

4) Вычислим матрицу $A^T Y$.

Для этого:

- курсор устанавливаем ячейку D16;
- вызываем функцию *МУМНОЖ* (из категории «Математические»);
- в качестве «Массив1» указать адрес транспонированной матрицы D11:F13;

- в качестве «Массив2» указать адрес матрицы Y (H5:H7);
 - после «Ok» в D16 появится только первый элемент массива (число 31);
 - для того, чтобы увидеть остальные числа:
выделяем ячейки D16:D18;
нажимаем **F2**;
- выполняем тройное нажатие **Ctrl + Shift + Enter**.

	C	D	E	F	G	H
14						
15		$A^T Y$				
16		31				
17		38				
18		129				

5) Вычислим матрицу $A^T A$.

Для этого:

- курсор устанавливаем ячейку D21;
- вызываем функцию *МУМНОЖ*;
- в качестве «Массив1» указать адрес транспонированной матрицы D11:F13;

- в качестве «Массив2» указать адрес матрицы A (D5:F7);
 - после «Ok» в D21 появится только первый элемент результирующей матрицы (число 9);
 - для того чтобы увидеть остальные числа:
выделяем ячейки D21:F23;
нажимаем **F2**;
- выполняем тройное нажатие **Ctrl + Shift + Enter**.

	C	D	E	F	G	H
19						
20		$A^T A$				
21		9	5	6		
22		5	34	-5		
23		6	-5	29		

6) Вычислим матрицу $(A^T A)^{-1}$.

Для этого:

- курсор устанавливаем ячейку D21;
- вызываем функцию *МОБР*;
- в качестве аргумента указать адрес матрицы $A^T A$ (D21:F23);

- после «Ok» в D26 появится только первый элемент результирующей матрицы (число 0,150);
 - для того чтобы увидеть остальные числа:
выделяем ячейки D26:F28;
нажимаем **F2**;
- выполняем тройное нажатие **Ctrl + Shift + Enter**.

	C	D	E	F	G	H
24						
25			$(A^T A)^{-1}$			
26		0,150156	-0,02734	-0,03578		
27		-0,02734	0,035156	0,011719		
28		-0,03578	0,011719	0,043906		
29						

7) Вычислим вектор–столбец неизвестных.

Для этого:

- курсор устанавливаем ячейку D31;
- вызываем функцию *МУМНОЖ*;
- в качестве «Массив1» указать адрес матрицы $(A^T A)^{-1}$ (D26:F28);
- в качестве «Массив2» указать адрес матрицы $A^T Y$ (D16:D18);
- после «Ok» в D31 появится только первый элемент результирующей матрицы (число -1);
- для того чтобы увидеть остальные числа:
выделяем ячейки D31:F33;
нажимаем **F2**;

выполняем тройное нажатие **Ctrl + Shift + Enter**.

	C	D	E
30		x	
31		-1	
32		2	
33		5	
34			

Таким образом, корни системы (4) равны: $x_1 = -1$; $x_2 = 2$; $x_3 = 5$.

2.2.3. Варианты заданий

Решить систему уравнений заданных в виде матриц коэффициентов и свободных членов.

1.

A						Y
1	0	-3	1	-4		7
-5	-2	-2	-2	-5		-12
0	-5	-2	4	-3		-14
-4	-4	-2	-4	-3		-12
3	3	-1	-1	-3		25

2.

A						Y
1	4	-3	0	-4		3
0	1	2	1	-2		-9
1	-3	1	1	0		-14
-4	-3	-2	-5	2		29
-5	-5	1	3	-3		-12

3.

A						Y
2	-4	-5	3	-2		15
-3	3	-1	-3	2		-8
-3	1	-1	-1	0		-8
1	2	3	-5	-3		11
-2	-4	3	3	-2		-17

4.

A						Y
-2	4	-3	1	3		-16
0	-2	-1	2	-3		18
0	3	3	4	0		7
-2	-2	-1	2	-5		22
3	3	-2	-2	-3		-22

5.

A						Y
2	-2	2	-3	2		-10
-1	-3	3	0	3		19
-5	-5	1	1	-5		37
4	3	-1	1	-3		-31
1	4	-5	0	-5		-24

6.

A						Y
2	-1	-1	-2	-1		7
2	-2	-1	-1	2		-2
-2	1	-3	0	1		-1
1	-3	1	4	-4		-30
2	-5	-1	-2	-5		-9

7.

A						Y
3	-4	3	-5	-1		-11
-1	2	-1	3	-3		13
-3	-1	-3	-1	-4		23
-5	-1	-3	-1	3		6
2	-4	-2	-3	-5		9

8.

A						Y
2	-5	3	-5	-3		0
-2	1	4	1	-3		12
0	-5	-5	0	-2		9
4	0	-1	-2	2		-18
-2	-1	-1	0	1		5

9.

A						Y
-1	-2	-3	2	0		4
-3	4	-4	-1	2		-13
-4	2	2	-3	4		-21
2	-4	4	-2	-3		14
3	-1	-3	1	0		2

10.

A						Y
-4	-1	-3	-4	0		-9
-5	-1	-1	-4	-2		-15
-5	-3	2	-1	-1		-3
1	-1	-1	4	0		-7
-5	-3	-1	-1	1		-4

11.

A						Y
-2	1	-1	-2	-2		-17
1	-2	1	-2	-1		-12
4	-1	3	3	-5		-11
-3	-1	-5	-1	0		11
3	-1	-2	4	-3		19

12.

A						Y
1	1	-5	0	-5		17
0	4	2	-5	1		17
2	1	2	-5	-4		11
0	-2	-1	-4	3		14
-5	4	-4	4	2		18

13.

A						Y
-5	4	-5	-5	-5		16
-1	2	0	-4	1		26
-1	-3	3	4	-2		-44
-5	-5	-1	3	3		-28
4	-5	4	4	3		-24

14.

A						Y
1	-5	1	2	-5		25
1	4	-4	-5	-5		-7
0	-5	-4	0	-3		15
1	-1	-1	0	-5		9
3	-4	4	4	-2		24

15.

A						Y
-3	4	2	-3	3		-18
1	2	-5	2	2		-33
-5	0	-1	-5	-4		-5
0	-2	-2	1	-1		1
0	0	4	-3	3		19

2.3. Задачи оптимизации

2.3.1. Общие сведения

Различные аспекты оптимизации занимают очень важное место в бизнесе и деятельности современных организаций и предприятий. С подобными задачами в своей повседневной работе сталкиваются менеджеры, экономисты, финансисты, фермеры и др. Проблемы оптимизации присутствуют в самых различных процессах производства:

- поставка сырья;
- оптимальный выпуск продукции;
- оптимальное управление запасами;
- оптимальное распределение ресурсов;
- планирования инвестиций;
- оптимальный рацион (смесь, сплав);
- назначение на должность;
- оптимальная замена оборудования и т. д.

Модели всех задач на оптимизацию состоят из следующих элементов:

1. Переменные – неизвестные величины, которые нужно найти при решении задачи.
2. Целевая функция – величина, которая зависит от переменных и является целью, ключевым показателем эффективности или оптимальности модели.
3. Ограничения – условия, которым должны удовлетворять переменные.

2.3.2. Пример

Фирма занимается составлением диеты, которая должна содержать по крайней мере 20 единиц белков, 30 единиц углеводов, 10 единиц жиров и 40 единиц витаминов. Как дешевле всего достичь этого при указанных в таблице ценах (ден. ед.) за 1 кг (или 1 л) пяти имеющихся продуктов?

	Хлеб	Соя	Сушеная рыба	Фрукты	Молоко
Белки	2	12	10	1	2
Углеводы	12	0	0	4	3
Жиры	1	8	3	0	4
Витамины	2	2	4	6	2
Цена	12	36	32	18	10

Рассмотрим экономико-математическую модель решения данной задачи.

1. Найти количество каждого продукта x, y, z, t, f ,

где

x – количество хлеба,

y – количество сои,

z – количество сушеной рыбы,

t – количество фруктов,

f – количество молока,

2. При котором общая стоимость $S=12*x+36*y+32*z+18*t+10*f - \min$

3. При ограничениях:

количество белков = $12*x+12*y+10*z+1*t+2*f \geq 20$;

количество углеводов = $12*x+0*y+0*z+4*t+3*f \geq 30$;

количество жиров = $1*x+8*y+3*z+0*t+4*f \geq 10$;

количество витаминов = $2*x+2*y+4*z+6*t+2*f \geq 40$;

и предельных условиях: $x, y, z, t, f \geq 0$.

Рассмотрим этапы реализации данной задачи в MS Excel.

В Excel необходимо создать таблицу с формулами, которые связывают план, ограничения и целевую функцию **Стоимость** (рис. 2.2):

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Рацион							
2		Хлеб	Соя	Сушеная рыба	Фрукты	Молоко	Норма	Вошло
3	Белки	2	12	10	1	2	20	=СУММПРОИЗВ(B3:F3;\$B\$8:\$F\$8)
4	Углеводы	12	0	0	4	3	30	=СУММПРОИЗВ(B4:F4;\$B\$8:\$F\$8)
5	Жиры	1	8	3	0	4	10	=СУММПРОИЗВ(B5:F5;\$B\$8:\$F\$8)
6	Витамин	2	2	4	6	2	40	=СУММПРОИЗВ(B6:F6;\$B\$8:\$F\$8)
7	Цена	12	36	32	18	10	Стоимость	=СУММПРОИЗВ(B7:F7;\$B\$8:\$F\$8)
8	План							

Рис. 2.2. Таблица с исходными данными и формульными зависимостями

В столбец «Вошло» в каждую ячейку вводится формула вычисления количества компонентов, вошедших в диету:

=СУММПРОИЗВ(Норма; План).

В целевую ячейку «Стоимость» вводится формула:

=СУММПРОИЗВ(Цена; План).

Программа **Поиск решений** запускается командой **Сервис – Поиск**

решения. В полях Установить целевую ячейку, Изменяя ячейки, Ограничения вводятся соответствующие данные (рис. 2.3).

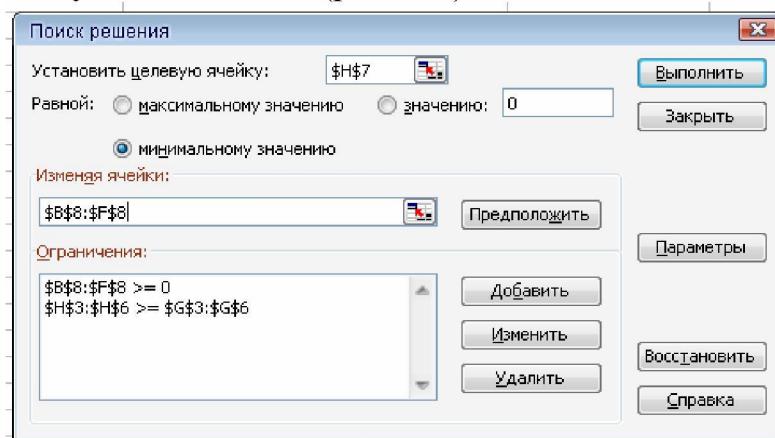


Рис. 2.3. Окно Поиск решения

Так как это линейная модель (целевая функция S является линейной), то необходимо установить в окне *Параметры* поиска решений переключатель в позицию *Линейная модель*. После нажатия на кнопку *Выполнить* в появившемся окне *Результаты поиска решения* укажите *Отчет по устойчивости*. Результаты поиска решения и полученный отчет представлены на рисунках 2.4 и 2.5.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Рацион							
2		Хлеб	Соя	Сушеная рыба	Фрукты	Молоко	Норма	Вошло
3	Белки	2	12	10	1	2	20	20
4	Углеводы	12	0	0	4	3	30	30
5	Жиры	1	8	3	0	4	10	15,83333333
6	Витамины	2	2	4	6	2	40	40
7	Цена	12	36	32	18	10	Стоимость	150
8	План	0	0	0,83333333	5	3,333333		

Рис. 2.4. Результат поиска решения

Изменяемые ячейки		1	2	3	4	5
Ячейка	Имя	Результ. значение	Нормир. стоимость	Целевой Коэффициент	Допустимое Увеличение	Допустимое Уменьшение
\$B\$8	План Хлеб	0	0,2	12	1E+30	0,2
\$C\$8	План Соя	0	4,6	36	1E+30	4,6
\$D\$8	План Сушеная рыба	0,833333333	0	32	2,4	0,266666667
\$E\$8	План Фрукты	5	0	18	2	0,222222222
\$F\$8	План Молоко	3,333333333	0	10	0,038461538	0,428571429

Ограничения		6	7	8	9	10
Ячейка	Имя	Результ. значение	Теневая Цена	Ограничение Правая часть	Допустимое Увеличение	Допустимое Уменьшение
\$H\$3	Белки Вошло	20	2,2	20	50	7,446808511
\$H\$4	Углеводы Вошло	30	0,2	30	10	3,608247423
\$H\$5	Жиры Вошло	15,83333333	0	10	5,833333333	1E+30
\$H\$6	Витамины Вошло	40	2,5	40	4,827586207	20

Рис. 2.5. Отчет по устойчивости

Отчет по устойчивости отражает чувствительность структуры полученного плана до изменений начальных данных и дальнейшие действия менеджера с целью улучшения результатов. Такой отчет не создается для моделей, значения в которых ограничены множеством целых чисел.

1. Результирующее значение – оптимальный план задачи.

В данной конкретной задаче оптимальный рацион минимальной стоимости 150 д. ед. состоит из 0,83 кг. сущеной рыбы, 5 кг. фруктов и 3,33 л. молока.

2. Нормированная стоимость неизвестных плана указывает, как изменится стоимость рациона при желании добавить в его состав «невыгодный» продукт, например, единица хлеба в рационе увеличит его стоимость на 0,2 д. ед., единица сои – на 4,6 д. ед.

3. Коэффициенты целевой функции.

4, 5. Границы изменений значений коэффициентов целевой функции при условии, что количество оптимальной продукции (план) не изменится. Например, если целевой коэффициент Фруктов (КФ) равен 18 (цена за 1 кг. товара), то изменения его в рамках $18-0,22 < \text{КФ} < 18+2$, $17,78 < \text{КФ} < 20$ план не изменится, но значения стоимости может уменьшиться или увеличиться.

6. Количество использованных ресурсов;

7. Теневые цены показывают уровень влияния значения норм (в сравнении с другими ресурсами) на стоимость рациона относительно ее увеличения. В данном примере нормы на состав витаминов более «влиятельные» на стоимость, чем белки ($2,5 > 2,2$).

Например, увеличить норму витаминов на 1 единицу (до 41), то стоимость увеличится на 2,5 д. ед. и будет составлять 152,5 д. ед.

8. Нормы белков, жиров, углеводов и витаминов в дневном рационе. Соответствуют условию задачи.

9, 10. Задают диапазон для 8, в котором действует теневая цена 7 (аналогично 4, 5).

2.3.3. Варианты заданий

1. Фирма производит три вида изделий – А, В и С. Для их выпуска требуется обработка на станках I, II, III, IV. Время обработки каждого изделия на станках приведено в таблице.

Изделие	Время обработки, ч				Прибыль, \$
	I	II	III	IV	
A	1	3	1	2	3
B	6	1	3	3	6
C	3	3	2	4	4

Составить план выпуска изделий дающий максимальную прибыль, если известно, что фонд рабочего времени станков соответственно равен 84, 42, 21 и 24 часа.

2. Фирме для производства требуется уголь с содержанием фосфора не более 0,03% и с примесью пепла не более 3,25%. Доступны три сорта угля – А,

В и С, параметры которых приведены в таблице.

Сорт угля	Содержание фосфора, %	Содержание пепла, %	Цена, \$
A	0,06	2,0	30
B	0,04	4,0	30
C	0,02	3,0	40

Составить из указанных сортов такую смесь, чтобы она удовлетворяла требованиям производства по содержанию фосфора и пепла и имела минимальную цену.

3. Фирма производит два продукта А и В, рынок сбыта которых неограничен. Каждый продукт должен быть обработан каждой машиной I, II, III. Время обработки в часах для каждого из изделий А и В приведено в таблице.

	I	II	III
A	0,5	0,4	0,2
B	0,25	0,3	0,4

Недельный фонд рабочего времени машин I, II, III равен соответственно 40, 36 и 36 часам. Прибыль от изделий А и В составляет соответственно 5 и 3 доллара. Фирме надо определить недельные нормы выпуска изделий А и В, максимизирующие прибыль.

4. На кондитерскую фабрику г. Ступино перед Новым годом поступили заказы на подарочные наборы конфет из трех магазинов. Возможные варианты наборов, их стоимость и оставшиеся товарные запасы на фабрике представлены в таблице.

Определить оптимальное количество подарочных наборов, которые фабрика может предложить магазинам и обеспечить максимальный доход от продажи.

Наименование конфет	Вес конфет в наборе, кг			Запасы конфет, кг
	A	B	C	
«Сникерс»	0,3	0,2	0,4	600
«Марс»	0,2	0,3	0,2	700
«Баунти»	0,2	0,1	0,1	500
Цена, руб.	72	62	76	

5. В контейнер упакованы комплектующие изделия трех типов. Стоимость и вес одного изделия составляют 400 руб. и 12 кг для первого типа, 500 руб. и 16 кг для второго типа, 600 руб. и 15 кг для третьего типа. Общий вес комплектующих равен 326 кг. Определить максимальную и минимальную возможную суммарную стоимость находящихся в контейнере комплектующих

изделий.

6. Предприятие электронной промышленности выпускает две модели радиоприемников, причем каждая модель выпускается на отдельной технологической линии. Максимальная производительность линий составляет 60 и 75 радиоприемников в сутки. На приемники первой модели расходуется 10 типовых электронных схем, а на вторую – 8 схем. Суточный запас схем равен 800 единиц. Прибыль от реализации одного радиоприемника первой и второй модели равна соответственно 30 и 20\$. Определить оптимальный суточный объем производства радиоприемников первой и второй моделей.

7. Процесс изготовления двух видов промышленных изделий состоит в последовательной обработке каждого из них на трех станках. Суточный фонд машинного времени каждого станка равен 10 часов. Время обработки и прибыль от продажи каждого изделия приведены в таблице.

Изделие	Время обработки одного изделия, мин			Прибыль, \$
	Станок 1	Станок 2	Станок 3	
1	10	6	8	2
2	5	20	15	3

Найти оптимальный объем производства изделий каждого вида.

8. Фирма производит два вида продукции – А и В. Объем сбыта продукции А составляет не менее 60% общего объема реализации продукции обоих видов. Для изготовления продукции используется одно и то же сырье, суточный запас которого равен 100 кг. Расход сырья на единицу продукции А составляет 2 кг, а на единицу продукции В – 4 кг. Цены на продукцию А и В равны соответственно 20 и 40\$. Составить план распределения сырья для изготовления продукции А и В так, чтобы затраты были минимальные.

9. Кондитерская фабрика в Покрове освоила выпуск новых видов шоколада «Лунная начинка» и «Малиновый дождик», спрос на которые составляет соответственно не более 12 тонн и 7,7 тонны в месяц. По причине занятости трех цехов выпуском традиционных видов шоколада, каждый цех может выделить только ограниченный ресурс времени в месяц. В силу специфики технологического оборудования затраты времени на производство шоколада разные и представлены в таблице.

Номер цеха	Время на производство шоколада, ч		Время, отведенное цехами под производство, ч/мес
	«Лунная начинка»	«Малиновый дождик»	
I	1	7	56
II	2	3	35
III	3	2	40

Оптовая цена, руб./т.	8000	6000	
-----------------------	------	------	--

Определить оптимальный объем выпуска шоколада, обеспечивающий максимальную выручку от продажи.

10. Фирма решила открыть на основе технологии производства чешского стекла, фарфора и хрустяля линию по изготовлению ваз и графинов и их декорирование. Затраты сырья на производство этой продукции представлены в таблице.

Сырье	Расход сырья на производство, г		Поставки сырья в неделю, кг
	ваза	графин	
Кобальт	20	18	30
Сусальное 24-каратное золото	13	10	12
Оптовая цена, руб. /шт.	800	560	

Определите оптимальный объем выпуска продукции, обеспечивающий максимальный доход от продаж, если спрос на вазы не превышает 200 шт. в неделю.

11. Изделия четырех типов проходят последовательную обработку на двух станках. Суточный фонд машинного времени каждого станка равен 10 часов. Время обработки и прибыль от продажи каждого изделия приведены в таблице.

Изделие	Время обработки одного изделия, мин			
	Тип 1	Тип 2	Тип 3	Тип 4
1	2	3	4	2
2	3	2	1	2
Прибыль, \$	65	70	55	45

Найти объем производства изделий каждого типа, позволяющий получить максимальную прибыль.

12. Завод выпускает изделия трех моделей – I, II и III. Для их изготовления используются два вида ресурсов. – А и В, запасы которых составляют 4000 и 6000 единиц соответственно. Расход ресурсов и прибыль на каждое изделие приведены в таблице.

Ресурс	Расход ресурса на изделие		
	I	II	III
A	2	3	5
B	4	2	7

Прибыль,\$	30	20	50
------------	----	----	----

Найти объем производства изделий каждого типа, позволяющий получить максимальную прибыль.

13. Фирма выпускает два типа автомобильных деталей (А и В). Для этого закупается литье, подвергаемое затем токарной обработке, сверлению и шлифованию. В таблице приведены параметры станочного парка фирмы.

Станок	Деталь А, шт./ч	Деталь В, шт./ч
Токарный	25	40
Сверлильный	28	35
Шлифовальный	35	25

Каждая отливка, из которой изготавливают деталь А, стоит 2\$, а для детали В стоимость отливки равна 3\$. Продажные цены деталей равны 5 и 6\$. Стоимость часа станочного времени по указанным типам станков составляет 20, 14 и 17,5\$. Определить план выпуска изделий, дающий максимальную прибыль.

14.Бройлерное хозяйство насчитывает 20000 цыплят. Для того, чтобы цыплята к моменту продажи достигли определенного веса, их кормовой рацион должен удовлетворять следующим требованиям:

- содержание кальция не менее 0,8% и не более 1,2%;
- содержание белка не менее 22%;
- содержание клетчатки не более 5%.

Этим требованиям могут соответствовать смеси различных видов кормов или ингредиентов. Пусть в распоряжении хозяйства имеются только ингредиенты, указанные в таблице. Там же указаны их параметры.

Ингредиент	Содержание питательных веществ			Стоимость, \$/кг
	кальций	белок	клетчатка	
Известняк	0,38	–	–	0,04
Зерно	0,001	0,09	0,02	0,16
Соевые бобы	0,002	0,5	0,08	0,4

Необходимо составить кормовую смесь минимальной стоимости, содержание питательных веществ в которой удовлетворяет указанным выше требованиям.