Лабораторная 33. Часть VI.

VI. Экономические расчеты
6.1. Задачи на проценты

6.1.1. Общие сведения

1. Процентом называется 1/100 часть чего-то.

2. В экономике процентные вычисления используются при расчетах торговых надбавок, прибыли и т.д. При этом применяется одна из следующих формул.

Например, при увеличении цены C на N% новая цена рассчитывается по формуле:

$$C_H = C(1+N), \qquad (6.1)$$

а при снижении цены на N% расчет ведется по формуле:

$$C_H = C(1-N). \qquad (6.2)$$

3. Проценты обычно указываются в целых числах, но при расчетах по формулам (6.1) и (6.2) используются доли.

Например, если цена повышена на 25%, то в формулу (6.1) необходимо записать число 0,25.

4. В Excel для ввода процентов можно использовать оба варианта. При этом, если формулу записать как =F2*(1+25%), то Excel автоматически преобразует 25% в число 0,25.

5. Для удобства ввода данных в процентах можно установить процентный формат ячейки.

Указания

1. При выполнении заданий все параметры, которые указаны в общем виде, должны вводиться с клавиатуры.

2. Если формула или расчеты слишком сложны, то желательно выводить результаты промежуточных расчетов.

6.1.2. Пример.

Фирма закупила товара A на сумму S_1 руб. и при его реализации получила прибыль, равную N_1%. Товара B было закуплено на сумму S_2 руб. и прибыль от его реализации составила N_2%.

Определить общий процент прибыли, полученной от реализации обоих товров.

Исходя из условия задачи, данные можно разместить следующим образом:

	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3		Товар	Сумма закупки	Прибыль, %	Прибыль, руб.	
4		A	100000	20%	20000	
5		B	60000	10%	6000	
6		Всего	160000	16,25%	26000	

7						
8						

Исходные числовые данные вводятся в ячейки С4, С5, D4 и D5.
Для обеспечения расчетов вводятся следующие формулы:
– в ячейку Е4: = С4 * D4;
– в ячейку Е5: = С5 * D5;
– в ячейку Е6: = Е4 + Е5;
– в ячейку С6: = С4 + С5;
– в ячейку D6: = Е6 / С6.
Для ячеек D4:D6 установлен процентный формат.

6.1.3. Варианты заданий

1. Фирмой было закуплено М кг куриных окорочков по цене S руб./кг. Однако при проверке качества санэпидемстанцией было определено, что качество товара не соответствует стандарту. Тогда было получено разрешение на его продажу по сниженной цене. Величина уценки составила N%. Определить сумму убытка.

2. Цена товаров второго сорта равна S руб. Цена первого сорта на N_1% больше, чем второго. Цена товаров высшего сорта на N_2% больше, чем первого. Определить стоимость товаров первого и высшего сортов.

3. Цена высшего сорта товара равна S руб. Цена первого сорта на N_1% меньше, чем высшего, а цена товаров второго сорта на N_2% меньше, чем первого. Определить стоимость товаров первого и второго сортов.

4. Определить, какой должна быть оптовая цена товара, чтобы вместе с N1% торговой наценкой и с последующим N2% региональным налогом на прибыль розничная цена равнялась S руб.

5. Цена на товар вначале увеличилась на N1%,а затем снизилась на N2%, после чего она стала равной S руб. Определить исходную цену товара.

6. Цена товаров высшего, первого и второго сортов соответственно равна S_1, S_2 и S_3 руб. Определить, на сколько процентов товары первого и второго сортов дешевле товаров высшего сорта.

7. Ликеро-водочная продукция по желанию покупателя продается либо в фирменной упаковке, либо без нее. Базовая цена 1 единицы продукции составляет S_1 руб, а цена упаковки – S_2 руб,. Всего было продано К единиц продукции, из которых N% было продано в фирменной упаковке. Определить общий объем выручки.

8. Цена товаров высшего, первого и второго сортов соответственно равна S_1, S_2 и S_3 руб. Определить, на сколько процентов товары высшего и первого сортов дороже товаров второго сорта.

9. Имеющийся на оптовой базе товар, был распределен по трем торговым точкам в количествах M_1, M_2 и M_3 кг. Определить, сколько процентов товара от общего количества поступило в каждую торговую точку.

10. Фирмой «Сахарок» было закуплено М тонн сахара. В результате хранения в сыром помещении его вес увеличился на N%. Вес сахар был

реализован по цене S руб./кг. Определить избыточную прибыль полученную фирмой

11.Фирмой было закуплено M кг куриных окорочков по цене S руб./кг. При этом P кг ($P<M$) было продано с надбавкой N1%. Остальная часть окорочков в связи с истечением срока реализации была продана с уценкой N2%. Определить, не остался ли продавец в убытке.

12.Имеющийся на оптовой базе товар в количестве M кг, был распределен по трем торговым точкам. В первую было отправлено N_1% товара, во вторую – N_2%, а в третью - оставшееся количество. Определить, сколько кг товара поступило в каждую торговую точку.

13.Один и тот же товар в одной фирме стоил S_1 руб./шт, а во второй – S_2 руб./шт. Во избежании конкуренции руководители фирм договорились о единой цене на товар, равной S руб/шт. ($S_1<S<S_2$). Определить, на сколько процентов изменились цены на товары в каждой фирме.

14.Цены на бензин марки А92 на АЗС различных компаний составляли S_1 и S_2 руб./л. Руководители компаний договорились о едином подъеме цен до S руб./л. Однако, антимонопольный комитет доказал факт сговора и оштрафовал каждую компанию на сумму 100 000 *N% руб. (где N% - процент увеличения цен каждой компании). Определить сумму штрафа для каждой компании.

15.Фирма «Сахарок» продала M кг сахара по цене S руб./кг, получив N% прибыли. Определить закупочную цену сахара.

16.Фирмой было продано товаров на сумму S руб. При этом торговая наценка составляла N_1%, а налог на добавленную стоимость – N_2%. Определить чистую прибыль фирмы в рублях.

17.Имеющийся на оптовой базе товар в количестве M кг, был распределен по трем торговым точкам в пропорции 1:2:2. Определить, сколько кг товара поступило в каждую торговую точку.

6.2. Финансовые функции

6.2.1. Общие сведения

Работа с вкладами, кредитами и векселями

Для расчетов параметров вкладов, кредитов и векселей используются функции **БС, КПЕР, ПС, СТАВКА, ПЛТ, ПРОЦПЛАТ, ОСНПЛАТ.**

Их полные названия и назначение прочитать в справке по данным функциям.

Все они являются взаимно обратными и содержат одни и те же аргументы, которые имеют следующий смысл:

1. **БС** – будущая стоимость.

Если речь идет о вкладе, то БС – это величина конечного вклада, который должен выплатить банк вкладчику. Если это полностью погашаемый кредит или заем, то БС=0.

2. **ПС** – приведенная стоимость.

Если речь идет о вкладе, то ПС – это величина начального вклада. Он указывается со знаком «минус». Так принято в банковской практике – не только исходя из бытовых соображений (типа – когда что-то отдаешь – у тебя убывает), но и исходя из уравнения баланса денежных средств $S - P(1\text{-}c)^t = 0$. Если же речь идет о займе, то ПС указывается со знаком «плюс»

3. **Кпер –** количество периодов.

вычисляется по формуле:

= Срок вклада (в годах)*Периодичность Выплат в году.

Периодичность выплат определяется по условиям договора. Например, если начисления производятся раз в квартал, то эта величина равна 4.

4. **Ставка.**

Под ставкой понимается реальная ставка, по которой производятся начисления. Она вычисляется по формуле:

= Годовая ставка / Периодичность Выплат в году.

5. **ПЛТ –** периодические платежи, производимые каждый период и не меняющиеся в течение всего времени.

Под ПЛТ понимаются суммы, добавляемые к вкладу или снимаемые с него с указанной периодичностью. Предполагается, что эти суммы одинаковы на все время действия вклада. Если суммы добавляются к вкладу, то они указываются со знаком «минус».

6. **Тип**

Под типом понимается момент начисления процентов на вклад. Если начисления производятся в конце периода, то указывается 0, если в начале периода, то указывается 1.

6.2.2. Пример.

В банке был размещен вклад в размере 100 тыс. руб. сроком на 5 лет под 10% годовых. Начисление процентов производится в конце каждого месяца. Найти конечную величину вклада.

Для решения задачи используется функция БС (будущая стоимость), которая имеет следующий формат:

БС(Ставка, Кпер, Плт, Пс, Тип).

Пусть исходные данные размещены следующим образом:

	A	B	C	D
1				
2		Начальный вклад	-100000	
3		Время	5	
4		Периодичность	12	
5		Ставка	10,00%	
6		Конечный вклад	164 530,89р.	
7				

Тогда для решения задачи в ячейку С5 вводится формула:

=БС(C5/C4;C3*C4;0;C2)

Используя функции БС, КПЕР, ПС, СТАВКА, ПЛТ решить следующие задачи.

6.2.3. Варианты заданий

1. Ссуда в размере 1 млн. руб. выдана 20 января до 5 октября включительно под 18% годовых. Какую сумму должен заплатить должник в конце срока?

2. Выдан кредит в сумме 1 млн. долл. с 15.01.93 по 15.03.93 под 120% годовых. Рассчитать сумму погасительного платежа.

3. Ссуда в 20 000 долл. дана на полтора года под ставку 28% годовых с ежеквартальным начислением. Определить сумму конечного платежа.

4. Банк принимает вклад на срок 3 месяца с объявленной годовой ставкой 100%или на 6 месяцев под 110%.Как выгоднее вкладывать деньги на полгода: дважды на три месяца или один раз на 6 месяцев?

5. Рассчитать будущее значение вклада 1000 долл.через 0,1,2,3,4,5 лет при годовых процентных ставках 10%,20%,...,50%. Дополнительные поступления и выплаты отсутствуют.

6. Сумма 2000 размещена под 9% годовых на 3 года. Проценты начисляются раз в квартал. Какая сумма будет на счете?

7. Какова сумма долга через 26 месяцев, если его первоначальная величина 500 000 долл., проценты сложные, ставка — 20% годовых, начисление поквартальное?

8. На счет в банке вносится сумма 10000 долл.в течение 10 лет равными долями в конце каждого года. Годовая ставка 4%. Какая сумма будет на счете через 10 лет?

9. Рассматриваются две схемы вложения денег на 3 года: в начале каждого года под 24% годовых или в конце каждого года под 36%. Ежегодно вносится по 4000. Какая схема выгоднее?

10. Вексель на 3000000 долл. с годовой учетной ставкой 10% с дисконтированием два раза в год выдан на два года. Найти исходную сумму, выданную под этот вексель.

11. Рассматриваются два варианта покупки недвижимости: заплатить сразу 70 000 руб. или платить ежемесячно по 800 руб. в течение 12 лет при ставке 9% годовых. Какой вариант более выгоден?

12. За какой срок в годах сумма, равная 75 000 долл., достигнет 200 000 долл. при начислении процентов по сложной ставке 15%раз в году и поквартально.

13. Пусть в долг на полтора года дана сумма 2000 долл. с условием возврата 3000 долл. Вычислить годовую процентную ставку.

14. Выдан кредит 200 000 долл. на два с половиной года. Проценты начисляются раз в полгода. Определить величину процентной ставки за период, если известно, что возврат составит 260 000 долл.

6.3. Анализ межотраслевого баланса (модель Леонтьева)

6.3.1. Основные понятия

Пусть экономическая система состоит из трех отраслей:

– промышленный;

– сельскохозяйственный;

– энергетический.

В каждой отрасли для производства расходуются некоторые ресурсы (сырье, оборудование, рабочая сила и т.д.). Эти ресурсы могут быть произведены как самой отраслью, так и другими отраслями. Другими словами каждая отрасль в системе одновременно является и производителем и потребителем.

Основной целью балансового анализа является определение объемов производства каждой отрасли, необходимых для обеспечения потребностей всей экономической системы.

В качестве примера в табл.6.1 приведены объемы производства и потребления для описанной экономической системы.

Таблица 6.1

	Промышленность	Сельское хозяйство	Энергетика	Общий выпуск
Промышленность	50	40	110	200
Сельское хозяйство	70	30	150	250
Энергетика	80	180	40	300
Общее потребление	200	250	300	

Из данных таблицы следует, что:

1) Промышленность для собственных нужд расходует:

– 50 ден. ед. собственного производства;

– 70 ден. ед. продукции сельского хозяйства;

– 80 ден. ед. производства энергетической отрасли.

2) Сельское хозяйство для собственных нужд расходует:

– 40 ден. ед. промышленной продукции;

– 30 ден. ед. собственного производства;

– 180 ден. ед. производства энергетической отрасли.

3) Энергетика для собственных нужд расходует:

– 110 ден. ед. промышленной продукции;

– 150 ден. ед. продукции сельского хозяйства;

– 180 ден. ед. собственного производства.

Здесь все отрасли производящие, и они же потребляют всю производимую продукцию.

Ключевым понятием теории межотраслевого баланса является понятие структурной матрицы.

В табл. 6.2 приведена структурная матрица для данных табл. 6.1.

Таблица 6.2

	Промышленность	Сельское хозяйство	Энергетика
Промышленность	50 / 200 = 0,25	40 / 250 = 0,16	110 / 300 = 0,367
Сельское хозяйство	70 / 200 = 0,35	30 / 250 = 0,12	150 / 300 = 0,50
Энергетика	80 / 200 = 0,4	180 / 250 = 0,72	40 / 300 = 0,133

Значения ее элементов показывают долю производства (собственного и других отраслей), необходимую для поддержания производства в данной отрасли.

Сама по себе структурная матрица является в каком–то смысле первичной, поскольку значения элементов обусловлены спецификой отраслей. Поэтому ее также называют технологической матрицей.

Для данных табл. 6.1 имеет место баланс между производством и потреблением. Это обусловлено тем, что сумма структурных элементов по столбцам равна 1. Т.е. приведенный пример соответствует тому случаю, в котором вся производимая продукция самими же отраслями и потребляется.

Эта ситуация соответствует так называемой замкнутой модели межотраслевых связей.

Естественно, что такая, работающая сама на себя экономика, практического значения не имеет. В действительности вся произведенная продукция делится на две части:

– одна часть расходуется на собственные нужды в производящих отраслях;

– вторая часть расходуется в сфере потребления (непроизводящих отраслях).

Такая система баланса называется открытой.

В качестве примера в табл. 6.3 приведен баланс открытой системы с четырьмя отраслями.

Таблица 6.3

	Промыш–ленность	Сельское хозяйство	Энергетика	Народное потребление	Общий Выпуск
Промышленность	50	16	120	60	246
Сельское хозяйство	30	10	180	100	320
Энергетика	15	14	140	80	249

6.3.2. Математическая модель межотраслевого баланса

При построении математической модели вводятся следующие обозначения:

x_i – объем производства в i–ой производящей отрасли;

b_{ij} – объем продукции, произведенной в i–ой отрасли и потребляемой в отрасли j;

y_i – объем продукции i–ой отрасли, расходуемый на народное потребление;

$a_{ij} = b_{ij} / x_j$ – объем продукции i–ой отрасли, идущий на производство единицы продукции j–ой отрасли. Как указано выше этот параметр называется структурным или технологическим) коэффициентом.

Уравнение баланса сводится к равенству объема выпуска каждого производящего сектора сумме потребления его продукции всеми производящими отраслями и сектором народного потребления:

$$x_i = \sum_{j=1}^{n} b_{ij} + y_i \qquad (6.3)$$

или, в более развернутом виде:

$$x_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j + y_i \,. \qquad (6.4)$$

Для реализации расчетов уравнения (6.3)–(6.4) обычно представляют в матричной форме.

При этом приняты следующие обозначения:

X – вектор выпуска продукции;

Y – вектор народного потребления;

A – структурная матрица;

E – единичная матрица, которая имеет вид:

$$E = \begin{vmatrix} 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 1 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & 1 \end{vmatrix}.$$

Тогда уравнение баланса выражается в виде:

$$(E - A)X = Y \,. \qquad (6.5)$$

Уравнение (6.5) является основой для решения многих задач, связанных с анализом и планированием экономики.

Основными такими задачами являются:

– при известной структурной матрице (A) и объемах выпуска (X) можно определить объемы продукции, идущие на удовлетворение спроса (Y).

– при заданном спросе на продукцию (Y) определить объемы выпуска (X).

Первая задача сводится к простому вычислению вектора Y по уравнению (6.5). Решается она путем прямого перемножения матриц (E–A) и X.

Для решения второй задачи используется стандартный метод преобразования матричных уравнений:

– обе части уравнения (6.5) умножаются матрицу, обратную матрице (E–A):

$$(E - A)^{-1}(E - A)X = (E - A)^{-1} Y \,. \qquad (6.6)$$

Перемножение прямой и обратной матриц дает единичную.

Поэтому уравнение (6.6) приобретает вид:

$$X = (E - A)^{-1} Y . \qquad (6.7)$$

Уравнение (6.7) имеет решение только в том случае, если матрица (E–A) обратима.

Кроме того, исходя из физического смысла, все компоненты вектора X должны быть больше нуля. Для этого необходимо выполнение условий Хаукинса–Саймона, состоящее в неотрицательности определителей:

$$\begin{cases} Det\begin{vmatrix} 1-a_{11} & -a_{12} & \dots & -a_{1n} \\ -a_{21} & 1-a_{22} & \dots & -a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \dots & 1-a_{nn} \end{vmatrix} > 0 \\ Det\begin{vmatrix} 1-a_{11} & -a_{12} & \dots & -a_{1,n-1} \\ -a_{21} & 1-a_{22} & \dots & -a_{2,n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_{n-1,1} & -a_{n-1,2} & \dots & 1-a_{n-1,n-1} \end{vmatrix} > 0 \\ \dots \\ Det\begin{vmatrix} 1-a_{11} & -a_{12} \\ -a_{21} & 1-a_{22} \end{vmatrix} > 0 \\ Det\left|1-a_{11}\right| > 0 \end{cases} \qquad (6.8)$$

Если все определители системы (6.8) больше нуля, то существующая экономическая система может удовлетворить вектор спроса.

6.3.3. Пример

Пусть экономика характеризуется структурной матрицей, приведенной в табл. 6.4.

Таблица 6.4

	Промышленность	Сельское хозяйство	Энергетика
Промышленность	0,12	0,34	0,44
Сельское хозяйство	0,22	0,11	0,11
Энергетика	0,33	0,11	0,22

Определить объемы производства каждой отрасли, если народное потребление продукции этих отраслей равно:

- промышленная продукция – 30 ден. ед.;
- сельскохозяйственное производство – 50 ден. ед.;
- энергетика – 20 ден. ед.

Для начала решения разместим исходные данные следующим образом:

	B	C	D	E	F	G	H

3							
4		Промышленн ость	Сельское хозяйство	Энергетика			Потреблени е
5		0,12	0,34	0,44			30
6	A=	0,22	0,11	0,11		Y=	50
7		0,33	0,11	0,22			20
8							
9		1	0	0			
10	E=	0	1	0			
11		0	0	1			
12							
13							

В соответствии с принятыми в разделе 2 обозначениями присвоим:
– ячейкам C5:E7 имя «A»;
– ячейкам H5:H7 имя «Y»;
– ячейкам C9:E11 имя «E».

В соответствии с уравнением (6.5) поэтапно вычислим необходимые матрицы.

	B	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**
13		0,88	–0,34	–0,44		0,389686	
14	(E–A)=	–0,22	0,89	–0,11		0,7084	
15		–0,33	–0,11	0,78		0,88	
16							
17		1,750384	0,80475	1,100886			
18	$(E–A)^{-1}$=	0,533506	1,38881	0,49681			
19		0,815785	0,536329	1,817874			
20							
21		114,7668					
22	X=	95,38192					
23		87,64749					
24							

Для вычисления матрицы *(E–A)*.
1. В C13 вводится формула *=E–A*.
2. Выделяются ячейки C13:E15.
3.Нажимается клавиша F2 и затем выполняется нажатие Ctrl+Shift+Enter.
4. Ячейкам C13:E15 присваивается имя «EA»;

Для вычисления обратной матрицы *$(E–A)^{-1}$*
1. В C17 вызывается стандартная функция *=МОБР(EA);*
2. Выделяются ячейки C17:E19;
3. Нажимается клавиша F2 и выполняется нажатие Ctrl+Shift+Enter;
4. Ячейкам C17:E19 присваивается имя «EAобр»;

Для вычисления матрицы *X*.

1. В C21 вызывается стандартная функция =МУМНОЖ(ЕАобр;Y);
2. Выделяются ячейки C21:C23;
3. Нажимается клавиша F2 и выполняется нажатие Ctrl+Shift+Enter;

В ячейках G13–G15 выполнение условий Хаукинса–Саймона.

1. В ячейку G13 формула =МОПРЕД(C13:E15);
2. В ячейку G14 формула =МОПРЕД(C13:D14);
3. В ячейку G15 формула =МОПРЕД(C13).

Все определители положительны. Поэтому рассматриваемая экономическая системы в состоянии удовлетворить заданный спрос.

6.3.4. Варианты заданий

1. Для экономики со структурной матрицей, приведенной в табл. 6.4, даны следующие объемы производства по отраслям:

Промышленность	80
Сельское хозяйство	40
Энергетика	120

Определить объемы народного потребления продукции и объемы собственного потребления каждой отрасли.

2. Дана экономика со следующими объемами производства и собственного потребления (в отсутствие народного потребления):

	Промышленность	Сельское хозяйство	Энергетика
Промышленность	50	16	120
Сельское хозяйство	30	10	180
Энергетика	15	14	140
	Потребление		

Определить объемы производства каждой отрасли, необходимые для удовлетворения следующих объемов народного потребления:

Промышленность	60
Сельское хозяйство	70
Энергетика	20

3. Дана экономика со следующей структурной матрицей:

	Промышленность	Сельское хозяйство	Энергетика
Промышленность	0,20	0,40	0,3
Сельское хозяйство	0,12	0,10	0,10
Энергетика	0,40	0,15	0,20

И даны следующие объемы производства по отраслям:

Промышленность	80
Сельское хозяйство	40
Энергетика	120

Определить объемы народного потребления продукции и объемы собственного потребления каждой отрасли.

4. Дана экономика со следующими объемами производства и собственного потребления (в отсутствие народного потребления):

	Промышленность	Сельское хозяйство	Энергетика
Промышленность	50	20	80
Сельское хозяйство	40	20	20
Энергетика	150	25	50
	Потребление		

Определить объемы производства каждой отрасли, необходимые для удовлетворения следующих объемов народного потребления:

Промышленность	40
Сельское хозяйство	20
Энергетика	25

5. Даны две экономики со следующими структурными матрицами:

Экономика 1

	Промышленность	Сельское хозяйство	Энергетика
Промышленность	0,20	0,40	0,3
Сельское хозяйство	0,12	0,10	0,10
Энергетика	0,40	0,15	0,20

Экономика 2

	Промышленность	Сельское хозяйство	Энергетика
Промышленность	0,10	0,30	0,4
Сельское хозяйство	0,10	0,20	0,05
Энергетика	0,50	0,15	0,30

И даны объемы народного потребления, которые эти экономики должны удовлетворить:

Промышленность	40

Сельское хозяйство	20
Энергетика	25

Определить, которая из экономик эффективнее.

Указание

Эффективность экономик рассчитывается как отношение объемов потребления к общему объему производства по всем отраслям.

6. Даны две экономики со следующими объемами производства и собственного потребления:

Экономика 1

	Промышленность	Сельское хозяйство	Энергетика
Промышленность	50	16	120
Сельское хозяйство	30	10	180
Энергетика	15	14	140

Экономика 2

	Промышленность	Сельское хозяйство	Энергетика
Промышленность	50	30	100
Сельское хозяйство	15	20	10
Энергетика	30	40	40

И даны объемы народного потребления, которые эти экономики должны удовлетворить:

Промышленность	60
Сельское хозяйство	100
Энергетика	80

Определить, которая из экономик эффективнее.

Указание

Эффективность экономик рассчитывается как отношение объемов потребления к общему объему производства по всем отраслям.

7. Для экономики со структурной матрицей, приведенной в табл. 6.4, даны следующие объемы производства по отраслям:

Промышленность	80
Сельское хозяйство	40
Энергетика	120

Определить объемы народного потребления продукции и объемы собственного потребления каждой отрасли.

8. Дана экономика со следующими объемами производства и собственного потребления (в отсутствие народного потребления):

	Промышленность	Сельское хозяйство	Энергетика
Промышленность	50	16	120
Сельское хозяйство	30	10	180
Энергетика	15	14	140
	Потребление		

Определить объемы производства каждой отрасли, необходимые для удовлетворения следующих объемов народного потребления:

Промышленность	60
Сельское хозяйство	70
Энергетика	20

9. Дана экономика со следующей структурной матрицей:

	Промышленность	Сельское хозяйство	Энергетика
Промышленность	0,20	0,40	0,3
Сельское хозяйство	0,12	0,10	0,10
Энергетика	0,40	0,15	0,20

И даны следующие объемы производства по отраслям:

Промышленность	80
Сельское хозяйство	40
Энергетика	120

Определить объемы народного потребления продукции и объемы собственного потребления каждой отрасли.

10. Дана экономика со следующими объемами производства и собственного потребления (в отсутствие народного потребления):

	Промышленность	Сельское хозяйство	Энергетика
Промышленность	50	20	80
Сельское хозяйство	40	20	20
Энергетика	150	25	50
	Потребление		

Определить объемы производства каждой отрасли, необходимые для удовлетворения следующих объемов народного потребления:

Промышленность	40
Сельское хозяйство	20
Энергетика	25

11. Даны две экономики со следующими структурными матрицами:

Экономика 1

	Промышленность	Сельское хозяйство	Энергетика
Промышленность	0,20	0,40	0,3
Сельское хозяйство	0,12	0,10	0,10
Энергетика	0,40	0,15	0,20

Экономика 2

	Промышленность	Сельское хозяйство	Энергетика
Промышленность	0,10	0,30	0,4
Сельское хозяйство	0,10	0,20	0,05
Энергетика	0,50	0,15	0,30

И даны объемы народного потребления, которые эти экономики должны удовлетворить:

Промышленность	40
Сельское хозяйство	20
Энергетика	25

Определить, которая из экономик эффективнее.

Указание

Эффективность экономик рассчитывается как отношение объемов потребления к общему объему производства по всем отраслям.

12. Даны две экономики со следующими объемами производства и собственного потребления:

Экономика 1

	Промышленность	Сельское хозяйство	Энергетика
Промышленность	50	16	120
Сельское хозяйство	30	10	180
Энергетика	15	14	140

Экономика 2

	Промышленность	Сельское хозяйство	Энергетика
Промышленность	50	30	100
Сельское хозяйство	15	20	10
Энергетика	30	40	40

И даны объемы народного потребления, которые эти экономики должны удовлетворить:

Промышленность	60
Сельское хозяйство	100
Энергетика	80

Определить, которая из экономик эффективнее.

Указание

Эффективность экономик рассчитывается как отношение объемов потребления к общему объему производства по всем отраслям.

13. Для экономики со структурной матрицей, приведенной в табл. 6.4, даны следующие объемы производства по отраслям:

Промышленность	80
Сельское хозяйство	40
Энергетика	120

Определить объемы народного потребления продукции и объемы собственного потребления каждой отрасли.

14. Дана экономика со следующими объемами производства и собственного потребления (в отсутствие народного потребления):

	Промышленность	Сельское хозяйство	Энергетика
Промышленность	50	16	120
Сельское хозяйство	30	10	180
Энергетика	15	14	140
	Потребление		

Определить объемы производства каждой отрасли, необходимые для удовлетворения следующих объемов народного потребления:

Промышленность	60

Сельское хозяйство	70
Энергетика	20

15. Дана экономика со следующей структурной матрицей:

	Промышленность	Сельское хозяйство	Энергетика
Промышленность	0,20	0,40	0,3
Сельское хозяйство	0,12	0,10	0,10
Энергетика	0,40	0,15	0,20

И даны следующие объемы производства по отраслям:

Промышленность	80
Сельское хозяйство	40
Энергетика	120

Определить объемы народного потребления продукции и объемы собственного потребления каждой отрасли.

6.4. Задача об эквивалентности ставок [1]

6.4.1. Основные формулы

В зависимости от условий договора рост вкладов (кредитов, займов, стоимости векселей и оборудования) может быть рассчитан по одной из следующих формул.

По простым процентам, начисляемым один раз в год:

$$S = P(1 + c_1 t), \qquad (6.9)$$

где S – конечный вклад;
P – начальный вклад;
c_1 – ставка по простым процентам;
t – срок вклада.

По сложным процентам, начисляемым один раз в год:

$$S = P(1 + c_2)^t, \qquad (6.10)$$

где c_2 – ставка по сложным процентам.

По сложным процентам, начисляемым m раз в год:

$$S = P(1 + \frac{j_m}{m})^{tm}, \qquad (6.11)$$

где j_m – годовая ставка по сложным процентам, начисляемым m раз в год.

По непрерывным процентам:

$$S = Pe^{\delta t}, \qquad (6.12)$$

где δ – ставка по непрерывным процентам.

По простой учетной ставке:

$$S = \frac{P}{1 - d_s t}, \qquad (6.13)$$

где d_s – простая учетная ставка.

По сложной учетной ставке:

$$S = \frac{P}{(1 - d_c)^t}, \qquad (6.14)$$

где d_c – сложная учетная ставка.

По сложной учетной ставке, начисляемой m раз в год:

$$S = \frac{P}{(1 - \frac{f_m}{m})^{tm}}, \qquad (6.15)$$

где f_m – сложная учетная ставка.

Амортизация по простым процентам:

$$S_1 = S_0(1 - k_1 t), \qquad (6.16)$$

где S_0 – начальная стоимость оборудования;
S_1 – конечная стоимость оборудования;
k_1 – коэффициент амортизации по схеме простых процентов.

Амортизация по сложным процентам:

$$S_1 = S_0(1 - k_2)^t, \qquad (6.17)$$

где k_2 – коэффициент амортизации по схеме сложных процентов

Во всех формулах время t указано в годах и является целым числом. Но оно может быть и дробным.

6.4.2. Постановка задачи

Задача эквивалентности ставок формулируется следующим образом.

Предположим, что один банк начисляет проценты по формуле (6.9), а второй – по формуле (6.10). Тогда при одинаковом конечном вкладе эти формулы можно приравнять друг другу.

$$P(1 + c_2 t) = P(1 + c_2)^t. \qquad (6.18)$$

Если равны и начальные вклады, то

$$(1 + c_1 t) = (1 + c_2)^t. \qquad (6.19)$$

В уравнение (6.19) входит три параметра. Зная любые два из них, можно найти и третий. Поэтому возможны три взаимно обратные задачи:

а) По известному времени вклада и величине простой ставки найти значение сложной ставки, при которой вклады будут равны.

б) По известному времени вклада и величине сложной ставки найти значение простой ставки, при которой вклады сравняются.

в) По известным значениям простой и сложной ставок найти время, при котором вклады сравняются.

Первые две задачи можно решить, если из уравнения (6.19) выделить нужный параметр как функцию от остальных параметров. Например, для первой задачи:

$$i_s = \frac{(1+c_2)^t - 1}{t}. \qquad (6.20)$$

Однако для третьей задачи это невозможно, т.к. уравнение (6.17) относительно времени аналитически неразрешимо. Поэтому его следует переписать в виде

$$1 + c_1 t - (1+c_2)^t = 0. \qquad (6.21)$$

и решить относительно t каким–то иным способом.

В Excel для этих целей служит средство «Подбор параметра». Математической основой данного средства является один из численных методов решения уравнений.

Но у этих методов имеется один существенный недостаток – все они требуют указания какого–то начального значения корня. При этом начальное значение должно быть как можно ближе к искомому корню. Все это не так существенно, если уравнение имеет один корень. Если же корней несколько, то неопытный пользователь может очень долго подбирать начальные значения.

Все это имеет место в рассматриваемом случае. Здесь уравнение (6.21) имеет два корня, причем первый – тривиальный (при t=0). Второй же корень может быть либо положительным, либо отрицательным – все зависит от соотношения ставок.

Если ставка по простым процентам больше ставки по сложным процентам, то второй (и нужный нам) корень является положительным. Если же имеет место обратная ситуация, то второй корень будет отрицательным.

Другими словами для рассматриваемой пары уравнений задача эквивалентности ставок имеет смысл только при $i_s < i_c$. В принципе об этом будущим экономистам говорится в соответствующих курсах, но при практическом решении задачи это почему–то забывается.

Поэтому выполнять свои варианты заданий рекомендуется по следующей схеме:

1. Рассчитать таблицу значений функции на выбранном интервале времен и на ее основе построить график функции. По данным таблицы или виду графика определить примерное положение второго корня.

Для рассматриваемого примера результат первого этапа приведен в табл. 6.5 и на рис. 6.1. Для получения таблицы в ячейку C6 введена формула:

=1+ $C$2*B6 – (1+$C$3)^B6.

Эта формула затем была скопирована в ячейки C7:C20.

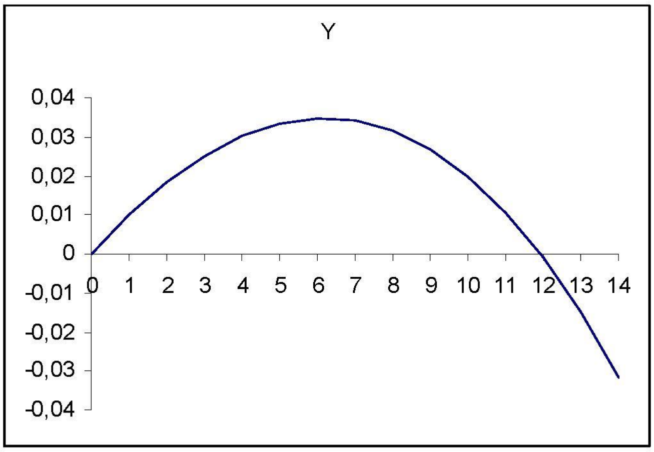


Рис.6.1. График функции (6.17)

Таблица 6.5.

	A	B	C	D
1				
2		Простая ставка	0,05	
3		Сложная ставка	0,04	
4				
5		**T**	**Y**	
6		0	0	
7		1	0,01	
8		2	0,0184	
9		3	0,025136	
10		4	0,030141	
11		5	0,033347	
12		6	0,034681	
13		7	0,034068	
14		8	0,031431	
15		9	0,026688	
16		10	0,019756	
17		11	0,010546	
18		12	–0,00103	
19		13	–0,01507	
20		14	–0,03168	
21				

Из таблицы и соответствующего ей рисунка следует, что функция (6.19) пересекает ось (т.е. имеет второй корень) при времени, примерно равном 12.

2. Полученное приближенное значение второго корня следует вводить в качестве начального при использовании средства «Подбор параметра» (рис. 6.2).

Для рассматриваемого примера:

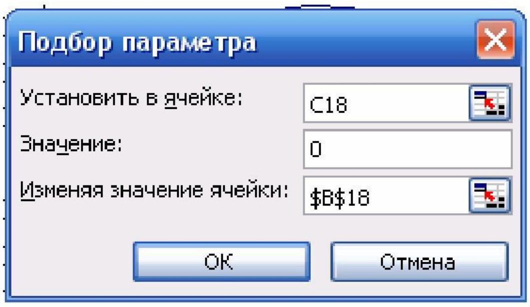


Рис. 6.2. Окно **Подбор параметра**

В результате получим, что второй корень равен 11,88 лет.

6.4.3. Варианты заданий

Решить задачу об эквивалентности ставок для следующих сочетаний уравнений.

Вариант	Сочетание уравнений	Вариант	Сочетание уравнений
1	(6.9) – (6.11)	9	(6.11) – (6.13)
2	(6.9) – (6.12)	10	(6.13) – (6.13)
3	(6.9) – (6.13)	11	(6.13) – (6.14)
4	(6.9) – (6.14)	12	(6.13) – (6.15)
5	(6.9) – (6.15)	13	(6.13) – (6.17)
6	(6.9) – (6.17)	14	(6.14) – (6.16)
7	(6.10) – (6.13)	15	(6.15) – (6.16)
8	(6.10) – (6.16)	16	(6.16) – (6.17)

Примечание

В тех вариантах, где присутствуют уравнения амортизации, начальная стоимость оборудования и величина начальной стоимости вклада не равны. При этом должно выполняться соотношение:

$$S_0 > P.$$

6.5. Методы анализа проектов (использование средства «Подбор параметра»)

6.5.1. Термины и определения

При выполнении заданий используются следующие понятия:

1. **Затраты (или расходы)** – означают некие суммы, вложенные в инвестиции или проекты. При вычислениях вводятся в ячейки листа или в формулы со знаком «минус».

2. **Доходы** – означают некие суммы, полученные в результате реализации проектов. При вычислениях вводятся в ячейки листа или в формулы со знаком «плюс».

3. **Прибыль**. Рассчитывается по формуле:

$$Прибыль = Доходы - Расходы \quad (6.22)$$

4. **Рентабельность**. Рассчитывается по формуле:

$$Рентабельность = Прибыль / Расходы \quad (6.23)$$

5. **Индекс рентабельности**. Определятся как величина рентабельности, выраженная в процентах.

$$ИндексРентабельности = Рентабельность * 100\% \quad (6.24)$$

6. **Поток платежей**. Представляет собой график денежных поступлений в ходе выполнения инвестиционного проекта.

Таблица 6.6

Годы	0	1	2	3
Платежи	–40	15	25	20

Представленный в табл.6.6 поток платежей означает, что в начальный год инвестиции (проекта) мы вложили в него 40 млн. руб., а в последующие годы получили (или должны получить) доходы в размере 15, 25 и 20 млн. руб.

7. **Банковская ставка** или **дисконт** – означает количество процентов, начисляемых на вклад за оговоренный период времени. Данная величина, хотя и устанавливается банками якобы произвольно, на самом деле коррелирует, а иногда и в точности совпадает, с величиной инфляции.

8. **Срок окупаемости**. Рассчитывается по формуле:

$$СрокОкупаемости = Расходы / Доходы \quad (6.25)$$

где *Расходы* – общая сумма затрат на реализацию проекта;

Доходы – общая сумма доходов, деленная на время реализации проекта.

Срок окупаемости измеряется в годах и показывает время, в течение которого доходы полностью компенсируют расходы.

Перечисленные показатели с некоторыми оговорками являются основой для оценки эффективности инвестиционных проектов.

Например, для указанного в таблице потока платежей можно было бы рассчитать:

доход = 15 + 25 + 20 = 60;

прибыль = 60 – 40 = 20;

рентабельность = 20 / 40 = 0,5;

индекс рентабельности = 50%;

срок окупаемости = 40 / (60 / 3) = 2 года.

Однако эти расчеты неверны, поскольку получаемые будущие доходы из–за инфляции на самом деле меньше, чем рассчитанные.

По правилам финансового анализа корректным является предварительный пересчет будущих доходов на начальный (нулевой) год инвестиции. Сделать это можно с помощью функции типа ПС. Функцию следует применить к каждой будущей сумме с учетом времени получения этой суммы и величины инфляции. И только затем полученные суммы сложить.

Такая пересчитанная сумма величина называется приведенной стоимостью. В финансовом анализе и в англоязычной литературе она называется *PV (Present Value)*.

В Excel для расчета PV применяется функция ЧПС.

Тогда действительная прибыль равна:

$$\textit{Прибыль} = PV - \textit{Расходы}\ . \qquad (6.26)$$

Поученный по формуле (6.23) результат называется также чистой приведенной стоимостью. В финансовом анализе и в англоязычной литературе этот показатель называется *NPV (Net Present Value)*.

6.5.2. Примеры

Пример 1.

Рассчитать финансовые показатели проекта, параметры которого приведены в таблице. Ставка дисконта равна 10%.

Для решения разместим данные следующим образом:

	A	B	C	D	E	F	G
2							
3		Ставка	10%				
4		Годы	0	1	2	3	
5		Платежи	–40	15	25	20	
6		PV	49,32				
7		NPV	9,32				
8		Рентабельность	0,23				
9		Индекс рентабельности	23,31%				
10		Срок окупаемости	2,43				

В ячейку C6 вводится формула =ЧПС(C3;D5:F5);

В ячейку C7 вводится формула = C6 + C5;

В ячейку C8 вводится формула = – C7 / C5;

В ячейку C9 вводится формула = C8 и для этой ячейки устанавливается процентный формат;

В ячейку C10 вводится формула = –C5 / (C6 / 3).

Обратите внимание на получившееся значение PV. Из–за 10% инфляции эта величина заметно меньше прямой суммы доходов.

Пример 2.

Даны два инвестиционных проекта:

Период	***0***	***1***	***2***	***3***
Проект А	*–800*	*500*	*200*	*1880*
Проект В	*?*	*3500*	*4500*	*2000*

Определить величину первоначальных вложений в проект В, если известно, что рентабельность проектов одинакова.

Для решения задачи разместим данные следующим образом:

	A	B	C	D
2		Ставка	10%	10%
3		Время	Проект А	Проект В
4		0	–800	–1000
5		1	500	3500
6		2	200	4500
7		3	1880	2000
8		NPV	1 232,31	9000
9		Рентабельность	1,54038	9
10		Разность	–7,4596	

– в D4 введено произвольное начальное число;
– в C8 введена формула *=ЧПС(C2;C5:C7)+C4*;
– в D8 введена формула *=ЧПС(D2;D5:D7)+D4*;
– в C9 введена формула *= –C8/C4*;
– в D9 введена формула *= –D8/D4*;
– в C10 введена формула *=C9 – D9*.

Для решения задачи необходимо подобрать такое значение в ячейке D4, чтобы рентабельности проектов сравнялись, т.е. в ячейке C10 должен получиться ноль.

Для автоматического подбора:
– курсор устанавливаем в C10;
– вызываем средство «Подбор параметра» (***Сервис > Подбор параметра***);
– в поле «Установить в ячейке» указать C10;
– в поле «Значение» указать 0;
– в поле «Изменяя значение в ячейке» указать D4 и «Ok».

В D4 должно получиться значение –3936,32.

Пример 3.

Папа-нефтяник отправил своего сына учиться и для его материального обеспечения положил в банк некую сумму. По условиям договора сын имеет право в течение всех пяти лет учебы ежемесячно снимать со счета по 20000 руб. Кроме того, договор составлен так, что после снятия последней суммы (в *конце пятого года обучения) на счете должна остаться сумма, равная начальному значению вклада. Определить величину начального вклада, если годовая ставка равна 10%.*

Поскольку финансовые функции являются взаимообратными, то решать данную задачу можно используя практически любую из них. Рассмотрим метод с использованием функции ПЛТ.

Для начала решения исходные данные разместим следующим образом:

	A	B	C	D
1				
2		Начальный вклад		
3		Ставка		
4		Время		
5		Периодичность		
6		Конечный вклад		
7		Платежи		
8				

– в ячейку C2 вводится произвольное отрицательное число;
– в ячейки C3, C4 и C5 вводятся заданные в условии исходные данные;
– в ячейку C6 вводится формула =–C2;
– в ячейку C7 вводится формула =ПЛТ(C3/C5;C4*C5;C2;C6).

	A	B	C	D
1				
2		Начальный вклад	–1000	
3		Ставка	10%	
4		Время	5	
5		Периодичность	12	
6		Конечный вклад	1000	
7		Платежи	8,33	
8				

При этом в C7 появится число 8,33.

Но нам необходимо, чтобы величина платежа была равна 20000.

Обратите внимание на то, что введенные в C6 и C7 формулы зависят от величины начального вклада. Потому меняя эту величину вручную можно попытаться подобрать ее так, чтобы в C7 получилось 20000.

Для автоматического подбора:
– курсор устанавливаем в C7;
– вызываем средство «Подбор параметра» (***Сервис > Подбор параметра***);
– в поле «Установить в ячейке» указать C7;
– в поле «Значение» указать 20000;

– в поле «Изменяя значение в ячейке» указать С2 и «Ok».

В С2 должно получиться –2400000, а в С7 – 20000.

Пример 4.

Кредит в 100000 у.е. выдан на 4 года под 18% годовых при условии, что каждая последующая возвращаемая (1 раз в году) сумма на 2000 больше предыдущей. Найти возвращаемые суммы, если к концу 4 года кредит должен быть погашен полностью.

Для начала решения исходные данные разместим следующим образом:

	A	B	C	D	E	F
1						
2			Ставка	36%		
3						
4		Время	Долг	Выплата	Остаток	
5		0	100000		100000	
6		1	118000	30000	88000	
7		2	103840	32000	71840	
8		3	84771,2	34000	50771,2	
9		4	59910,02	36000	23910,02	
10						

Механизм погашения долга выглядит следующим образом:

– в конце первого года на остаток долга начисляются проценты и затем, возвращается часть долга;

– в конце второго года на остаток долга начисляются проценты и затем, возвращается часть долга, на 2000 большая, чем в первом году. И т.д.;

Для реализации расчетов в ячейки введено следующее:

– в D6 введена произвольная начальная сумма;

– в С6 введена формула = E5 * 1,18;

– в Е6 введена формула = С6 – D6;

– в D7 введена формула = D6 + 2000.

Затем все указанные формулы скопированы вниз по столбцам до 4 года включительно.

Как следует из получившихся цифр – мы не угадали величину начальной суммы выплат (введенную в D6), поскольку остаток на 4 год не равен 0.

Для того, чтобы подобрать ее:

– курсор устанавливаем в Е9;

– выполняем команды ***Сервис > Подбор параметра;***

– в появившемся окне

  – в поле «Установить в ячейке» указываем Е9;

  – в поле «Значение» указываем 0;

  – в поле «Изменяя значение в ячейке» указываем D6 и «Ok».

В результате в ячейке D6 должно получиться 34584,47, а в С9 – 0.

1.5.3. Варианты заданий

> **Внимание!**
> В некоторых вариантах начальные значения подбираемых параметров необходимо указывать как можно ближе к ожидаемым значениям.

1. Даны 2 проекта, рассчитанные на 3 года, при норме дисконта 10%. Какой должна быть первоначальная сумма во втором проекте, если у второго проекта величина NPV вдвое выше, чем у первого?

Период	0	1	2	3
Проект А	–800	500	200	1880
Проект В	?	3500	4500	2000

2. Кредит в 200000 д.е. выдан на 6 лет под 25% годовых при условии, что каждая последующая возвращаемая (1 раз в году) сумма на 15000 меньше предыдущей. Найти возвращаемые суммы, если к концу 6 года кредит должен быть погашен полностью.

3. Рассматривается возможность инвестиций в проект, который в течение пяти лет должен принести следующие доходы: 1–й год – 10000 р., 2–й год – 20000 руб.; 3–й год – 50000 руб., 4–й год – 30000 руб., 5–й год – 50000 руб. Какова должна быть первоначальная сумма инвестирования, если известно, что индекс рентабельности равен 1,3. Ставка дисконта – 0,1.

4. Сравниваются 2 проекта при ставке дисконта 0,2. Какой должна быть первоначальная сумма инвестирования во втором проекте, если чистые современные стоимости (NPV) проектов одинаковы.

Период	Проект	
	А	В
0	–3000	?
1	2000	1500
2	3000	1500

5. Даны два инвестиционных проекта:

Период	Проект	
	А	В
0	–3000	–2000
1	2000	1500
2	3500	1500

Определить, при какой процентной ставке индекс рентабельности первого проекта на 0,3 больше чем у второго?

6. Решить задачу из примера 3, используя функцию *Ставка*.

7. Рассматривается возможность инвестиций в проект, который в течение пяти лет должен принести следующие доходы: 1–й год – 10000 р., 2–й год – 20000 р.; 3–й год – 50000 р., 4–й год – 30000 р., 5–й год – 50000 р. Какова должна быть первоначальная сумма инвестирования, если известно, что индекс рентабельности равен 1,3. Ставка дисконта – 0,1.

8. Кредит в 200000 д.е. выдан на 5 лет под 25% годовых при условии, что каждая последующая возвращаемая (1 раз в году) сумма на 10000 больше предыдущей. Найти возвращаемые суммы, если к концу 5 года кредит должен быть погашен полностью.

9. Используя функцию *ПЛТ* решить задачу из примера 3 при условии, что величина конечного вклада вдвое меньше начального.

10. Кредит в 500000 д.е. выдан на 6 лет под 25% годовых при условии, что:

- суммы, возвращаемые в конце первого и шестого года равны 100000 д.е.;
- сумма, возвращаемая в конце третьего года на 50000 меньше, чем сумма возвращаемая в конце второго года;
- суммы, возвращаемые в четвертом и пятом году одинаковы и на 20% больше суммы, возвращаемой в конце третьего года.

Найти возвращаемые суммы, если к концу шестого года кредит должен быть погашен полностью.

11. Используя функцию *СТАВКА* решить задачу из примера 3 при условии, что величина конечного вклада вдвое меньше начального.

12. Дано 2 инвестиционных проекта:

Годы	X	Y
0	–10000	–30000
1	2000	4000
2	10000	15000
3	50000	?

Известно, что дисконтированный срок окупаемости проекта Y на 3 месяца больше, чем тот же показатель для проекта X. Найти доход проекта Y в третьем году. Ставка дисконтирования – 20%.

13. Даны два инвестиционных проекта:

Годы	Проект	
	A	B
0	–25000	–12000
1	20000	11000
2	20000	8000

Определить, при какой процентной ставке рентабельности проектов одинаковы?

14. Даны два инвестиционных проекта:

Период	Проект	
	A	B
0	–25000	–12000
1	20000	11000
2	?	8000

Для проекта А определить величину поступлений во второй год реализации проекта, если известно, что ставка дисконта равна 10%.

15. Даны два инвестиционных проекта:

Период	Проект	
	A	B
0	–3000	?
1	2000	1500
2	3500	1500

Определить, величину вложений в проект В, если известно, что индекс рентабельности первого проекта на 0,3 больше чем у второго? Ставка дисконта равна 10%.

6.6. Выбор оптимального портфеля инвестиций

6.6.1. Основные определения

Выбор оптимального портфеля инвестиций состоит в выборе такого набора проектов для инвестирования, который даст максимальную прибыль.

Например.

Банку предложены для инвестирования следующие проекты:

Проект	X	Y	Z	V	W
Затраты	15000	7500	7000	4000	1000

NPV	19000	13500	3000	2500	300

Все проекты экономически выгодны, и при наличии достаточного количества свободных денег можно было бы инвестировать все проекты. Но, как правило, суммы для инвестирования ограничены и приходится выбирать только наиболее выгодные предложения.

Например, количество свободных денег равно 25000 ден. ед., а приведенные в таблице проекты в общей сложности требуют 34500 ден. ед.

Возможны следующие варианты инвестирования:

а) ***Проект подается дроблению***

Это означает, что проект можно инвестировать не полностью, а частично с кем-то на паях.

При реализации расчетов в Excel это означает, что параметр реализуемости может принимать любое значение из диапазона 0..1.

б) ***Проект не поддается дроблению***

Это означает, что проект инвестируется вами полностью, либо не инвестируется совсем.

При реализации расчетов в Excel это означает, что параметр реализуемости может быть равен либо нулю, либо единице.

На инвестирование могут быть также наложены дополнительные условия.

в) ***Проекты дополняют друг друга***

Фактически это означает следующее.

Пусть к примеру:

- проект А представляет собой производство войлока;
- проект В реализует производство валенок.

Реализация одного из этих проектов без реализации другого лишена смысла. Этой ситуации соответствует следующая таблица истинности:

А	В	Допустимо
0	0	+
0	1	–
1	0	–
1	1	+

При расчетах в Excel это ограничение можно организовать в виде разности реализуемостей проектов. При этом разность допустимых комбинаций равна нулю.

г) ***Проекты взаимно исключают друг друга***

Фактически это означает следующее.

Пусть к примеру:

- проект А реализует производство валенок в районе Х;

- проект В реализует производство валенок в районе Y.

Очевидно, что имеет смысл реализация только одного из проектов. Этой ситуации соответствует следующая таблица истинности:

A	B	Допустимо
0	0	+
0	1	+
1	0	+
1	1	–

При расчетах в Excel это ограничение можно организовать в виде суммы реализуемостей проектов. При этом сумма допустимых комбинаций должна быть меньше двух.

д) ***Реализация одного проекта невозможна без реализации другого.***

Фактически это означает следующее.

Пусть к примеру:

- проект А реализует производство войлока;
- проект В реализует производство валенок.

Очевидно, что второй проект не имеет смысла без реализации второго. В то же время первый проект можно реализовать и в отсутствие первого, поскольку войлок можно сбывать и для других производств.

Этой ситуации соответствует следующая таблица истинности:

A	B	Допустимо
0	0	+
0	1	–
1	0	+
1	1	+

При расчетах в Excel это ограничение можно организовать в виде разности реализуемостей проектов. При этом разность допустимых комбинаций должна быть больше или равна нуля.

6.6.2. Пример

Рассматривается пакет инвестиционных проектов, рассчитанных на 2 года, предварительные результаты анализа которых приведены в таблице:

Проект		*X*	*Y*	*Z*	*W*
Затраты	*1 год*	*15000*	*7500*	*7000*	*4000*
	2 год	*25000*	*9500*	*7000*	*9000*
NPV		*19000*	*13500*	*3000*	*2500*

Инвестиционный бюджет фирмы ограничен в первом году 25 000 ден. ед., во втором – 40000 ден. ед. Определить оптимальный инвестиционный *портфель фирмы, если проекты Y и W поддаются дроблению, а проекты X и Z не поддаются дроблению и взаимно исключают друг друга.*

Для начала решения задачи разместим исходные данные следующим образом:

	A	B	C	D	E	F	G	H
2								
3		*Проект*		*X*	*Y*	*Z*	*W*	
4		*Затраты*	*1 год*	*15000*	*7500*	*7000*	*4000*	
5			*2 год*	*25000*	*9500*	*7000*	*9000*	
6		*NPV*		*19000*	*13500*	*3000*	*2500*	
7		Реализация		*1*	*1*	*1*	*1*	
8		Расходы	*1 год*	33500				
9			*2 год*	50500				
10		Доходы		38000				
11		Исключение X и Z		2				
12								

– в строку 7 введены произвольные начальные значения параметра реализации;

– в ячейку D8 введена формула расчета расходов в первый год инвестиций:

=СУММПРОИЗВ(D4:G4;D7:G7);

– в ячейку D9 введена аналогичная формула расчетов расходов во второй год инвестиций:

=СУММПРОИЗВ(D5:G5;D7:G7);

– в ячейку D10 введена аналогичная формула расчетов доходов:

=СУММПРОИЗВ(D6:G6;D7:G7);

– в ячейку D11 введена формула для определения истинности взаимного исключения проектов X и Z:

=D7+F7.

Непосредственно для решения выполним команды:

Сервис > Поиск решения и в появившемся окне введем данные согласно рис. 6.3:

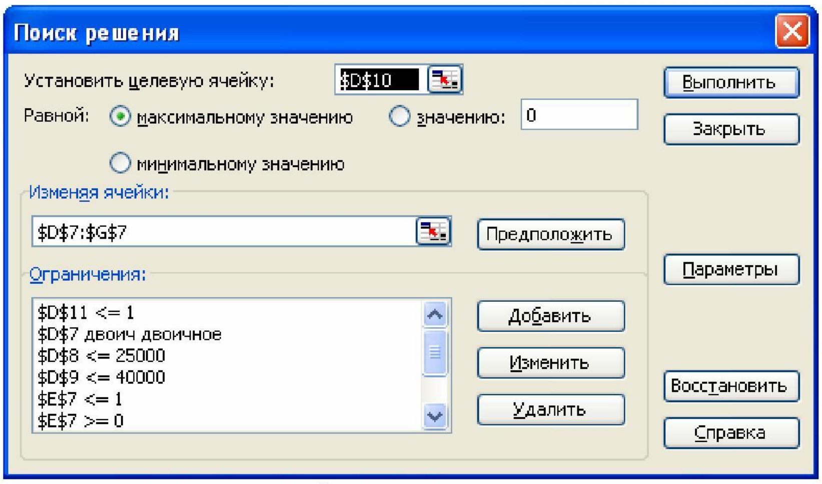


Рис. 6.3.Окно **Поиск решения**

На скопированном из Excel рисунке уместился не весь список ограничений. В частности:

$F$7 двоич двоичное;

$G$7<=1;

$G$7>=0.

После нажатия кнопки «**Выполнить**» система найдет оптимальный вариант решения.

6.6.3. Варианты заданий

1. Рассматривается пакет инвестиционных проектов. Предварительные результаты анализа пакетов приведены в таблице:

Проект	X	Y	Z	V	W
Затраты	15000	7500	7000	4000	1000
NPV	19000	13500	3000	2500	300

Инвестиционный бюджет фирмы ограничен 25 000 ден. ед. Проекты X, Y и Z поддаются дроблению, а остальные не поддаются.

Определить оптимальный инвестиционный портфель фирмы.

2. В условиях задачи 1 все проекты не поддаются дроблению и реализация проекта Z невозможна без реализации проекта X.

3. Рассматривается пакет инвестиционных проектов, рассчитанных на 2 года, предварительные результаты анализа которых приведены в таблице:

Проект		X	Y	Z	W
Затраты	1 год	15000	7500	7000	4000
	2 год	25000	9500	7000	9000
NPV		19000	13500	3000	2500

Инвестиционный бюджет фирмы ограничен в первом году 25 000 ден. ед., во втором – 40000 ден. ед. Определить оптимальный инвестиционный портфель фирмы, если все проекты не поддаются дроблению и проекты Z и X взаимно дополняют друг друга.

4. Рассматривается пакет инвестиционных проектов, рассчитанных на 2 года, предварительные результаты анализа которых приведены в таблице:

Проект		X	Y	Z	W
Затраты	1 год	15000	7500	7000	4000
	2 год	25000	9500	7000	9000
NPV		19000	13500	3000	2500

Инвестиционный бюджет фирмы ограничен в первом году 25 000 ден ед., во втором – 40000 ден. ед. Определить оптимальный инвестиционный портфель фирмы, если проекты не поддаются дроблению и X и Y взаимно исключающие.

5. Рассматривается пакет инвестиционных проектов. Предварительные результаты анализа пакетов приведены в таблице:

Проект	X	Y	Z	V	W
Затраты	15000	7500	7000	4000	1000
NPV	19000	13500	3000	2500	300

Инвестиционный бюджет фирмы ограничен 25 000 ден. ед. Проекты не поддаются дроблению. Определить оптимальный инвестиционный портфель фирмы.

6. В условиях задачи 5 проекты Y, V и W поддаются дроблению, а проекты X и Z не поддаются. При этом реализация проекта Z невозможна без реализации проекта X.

7. Рассматривается пакет инвестиционных проектов, рассчитанных на 2 года, предварительные результаты анализа которых приведены в таблице:

Проект		X	Y	Z	W
Затраты	1 год	15000	7500	7000	4000
	2 год	25000	9500	7000	9000
NPV		19000	13500	3000	2500

Инвестиционный бюджет фирмы ограничен в первом году 25 000 ден. ед., во втором – 40000 ден. ед. Определить оптимальный инвестиционный портфель фирмы, если проекты Y и W поддаются дроблению, а проекты X и Z не поддаются. При этом проекты Z и X взаимно дополняют друг друга.

8. Рассматривается пакет инвестиционных проектов, рассчитанных на 2 года, предварительные результаты анализа которых приведены в таблице:

Проект		X	Y	Z	W
Затраты	1 год	15000	7500	7000	4000
	2 год	25000	9500	7000	9000
NPV		19000	13500	3000	2500

Инвестиционный бюджет фирмы ограничен в первом году 25 000 ден. ед., во втором – 40000 ден. ед. Определить оптимальный инвестиционный портфель фирмы, если проекты Z и W поддаются дроблению, а X и Y не поддаются. При этом проекты X и Y взаимно исключающие.

9. Рассматривается пакет инвестиционных проектов, рассчитанных на 2

года, предварительные результаты анализа которых приведены в таблице:

Проект		X	Y	Z	W
Затраты	1 год	15000	7500	7000	4000
	2 год	25000	9500	7000	9000
NPV		19000	13500	3000	2500

Инвестиционный бюджет фирмы ограничен в первом году 25 000 ден. ед., во втором – 40000 ден. ед. Определить оптимальный инвестиционный портфель фирмы, если реализация проекта Z обязательна и он не поддается дроблению. Реализация остальных проектов возможна при долевом участии.

10. Рассматривается пакет инвестиционных проектов, рассчитанных на 2 года, предварительные результаты анализа которых приведены в таблице:

Проект		X	Y	Z	W
Затраты	1 год	15000	7500	7000	4000
	2 год	25000	9500	7000	9000
NPV		19000	13500	3000	2500

Инвестиционный бюджет фирмы ограничен в первом году 25 000 ден ед., во втором – 40000 ден. ед. Определить оптимальный инвестиционный портфель фирмы, если проекты поддаются дроблению и X и Y взаимно дополняют друг друга.

11. Рассматривается пакет инвестиционных проектов. Предварительные результаты анализа пакетов приведены в таблице:

Проект	X	Y	Z	V	W
Затраты	15000	7500	7000	4000	1000
NPV	19000	13500	3000	2500	300

Инвестиционный бюджет фирмы ограничен 25 000 ден. ед. Проекты X, Y, Z и V поддаются дроблению, а проект W обязательно должен быть инвестирован. Определить оптимальный инвестиционный портфель фирмы.

12. Рассматривается пакет инвестиционных проектов, рассчитанных на 2 года, предварительные результаты анализа которых приведены в таблице:

Проект		X	Y	Z	W
Затраты	1 год	15000	7500	7000	4000
	2 год	25000	9500	7000	9000
NPV		19000	13500	3000	2500

Инвестиционный бюджет фирмы ограничен в первом году 25 000 ден ед., во втором – 40000 ден. ед. Определить оптимальный инвестиционный портфель фирмы, если проекты Z и W поддаются дроблению, а X и Y взаимно исключающие.

13. Рассматривается пакет инвестиционных проектов. Предварительные результаты анализа пакетов приведены в таблице:

Проект	X	Y	Z	V
Затраты	25000	9500	7000	9000
NPV	19000	13500	3000	2500

Инвестиционный бюджет фирмы ограничен 40 000 ден. ед. Проекты не поддаются дроблению. При этом проекты X и Y взаимно исключают друг друга, а проекты Z и V взаимно дополняющие. Определить оптимальный инвестиционный портфель фирмы.

6.7. Вычисление налогов

6.7.1. Предварительные замечания

1. Для выполнения данной лабораторной работы необходимо выполнение одного из следующих условий:

– у студентов имеется возможность доступа к полному описанию налоговой системы. Такой доступ может быть реализован либо при наличии установленных в компьютерных классах справочно-правовых систем типа «Гарант» или «Консультант», либо при наличии свободного доступа в InterNet для поиска сведений о параметрах налогов.

– у преподавателя имеется описание действующих налогов в виде налогового кодекса или соответствующего пособия.

2. В связи с тем, что налоговая система РФ постоянно меняется варианты заданий также могут быть изменены.

6.7.2. Пример.

Составить программу вычисления налога на игорный бизнес.

Согласно налоговому кодексу вычисление указанного вида налога производится следующим образом:

- *за каждый игровой стол – 200 МРОТ;*
- *за каждый игровой автомат – 7.5 МРОТ;*
- *за каждую кассу тотализатора – 200 МРОТ;*
- *за каждую кассу букмекерской конторы – 100 МРОТ.*

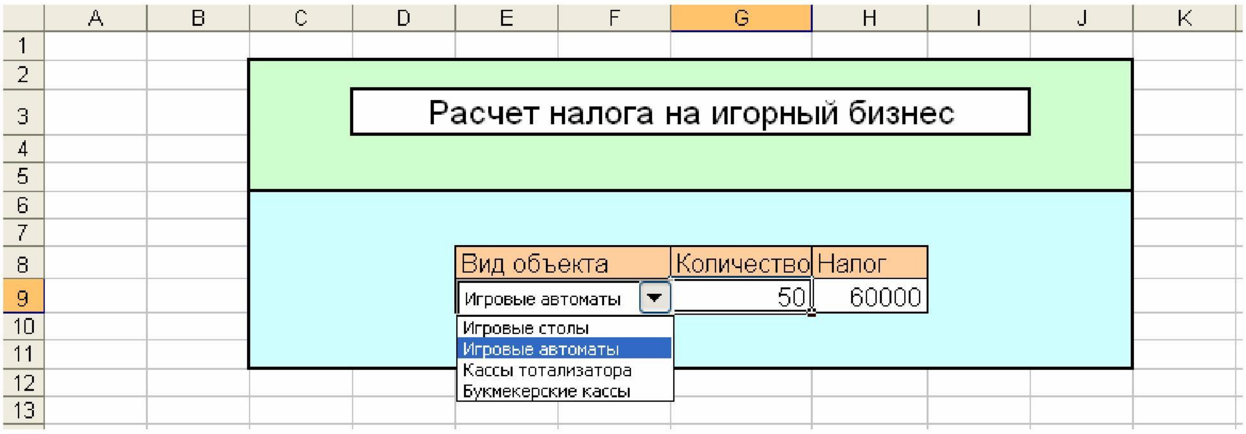
Ставка налога понижается на 20%, если в игорном заведении общее количество объектов налогообложения каждого вида будет:

- *игровых столов – более 30;*

- *игровых автоматов – более 40.*

Согласно вышеизложенному, для исчисления налога необходима информация о виде игрового объекта и его количестве. Эти параметры необходимо вводить в программу. При этом целесообразно первый параметр вводить путем выбора из готового списка, а второй – путем обычного ввода числа.

Тогда в целом интерфейс программы может выглядеть следующим образом (размещается на первом листе Excel):



Здесь одним из основных элементов интерфейса является раскрывающийся список.

Для его создания:

1.На втором листе создать необходимый список;

	A	B	C
3			
4			
5		1	Игровые столы
6		2	Игровые автоматы
7		3	Кассы тотализатора
8		4	Букмекерские кассы
9			1

2. Вернуться на первый лист и вызвать панель форм (***Вид > Панели инструментов > Формы***);

3. На появившейся панели взять элемент «Поле со списком» и нарисовать его в нужном месте экрана;

4. Установить курсор на нарисованном элементе и щелчком правой кнопки мыши вызвать контекстное меню;

5. В появившемся меню выбрать команду «Формат объекта»;

6.На появившейся форме «Формат объекта управления» активизировать закладку «Элемент управления»;

7. В поле «Формировать список по диапазону» указать адреса ячеек, в которых находится список (согласно вышеприведенным рисункам это будет

Лист2!$C$5:$C$8).

8. В поле «Связь с ячейкой» указать Лист2!$C$9 (в принципе адрес этой ячейки может быть произвольным). По этому адресу выводится номер элемента списка, который будет выбран на первом листе;

9.Закройте окно «Формат элемента управления» и посмотрите, как меняется содержание ячейки C9 на втором листе при выборе объектов из списка на первом листе.

Для организации вычислений на втором листе разместим необходимые данные. Возможный вариант размещения показан ниже.

	A	B	C	D	E	F	G
2							
3			МРОТ	200			
4							
5		1	Игровые столы	200	2000000	1600000	
6		2	Игровые автоматы	7,5	75000	60000	
7		3	Кассы тотализатора	200	2000000	2000000	
8		4	Букмекерские кассы	100	1000000	1000000	
9			1				
10							
11					2000000		
12							

В ячейке D3 разместим значение минимального размера оплаты труда (МРОТ).

В ячейках D5:D8 – значения множителей МРОТ для каждого вида объекта налогообложения.

В ячейку E5 – расчетную формулу =D5*$D$3*Лист1!$G$9, которую затем копируем в ячейки E6:E8.

Для учета влияние количества объектов на величину налога в ячейки F5 и F6 вводим корректирующие расчетные формулы:

в F5: =ЕСЛИ(Лист1!G9>30;E5*0,8;E5);

в F6: =ЕСЛИ(Лист1!G9>40;E6*0,8;E6).

Для остальных объектов корректировка не требуется. Поэтому в ячейку F7 вводим =E7, а в ячейку F8 - =E8.

В результате у нас получился столбец расчетов для всех видов объектов, зависящий только от количества объектов налогообложения.

Для того, чтобы выбрать нужный расчет в ячейку E11 вводится формула:

=ВПР(C9;B5:F8;5)

Для того, чтобы увидеть результат расчетов в интерфейсной части программы на первом листе в ячейку H9 вводится формула: =Лист2!E11

Примечание.

В принципе можно было бы обойтись и без вспомогательных вычислений и сразу произвести вычисления налога.

Для этого на первом листе в ячейку Н9 вводится формула:

=G9*ВПР(Лист2!C9;Лист2!B5:D8;3)*Лист2!D3*ЕСЛИ(ИЛИ(И(Лист2!C9=1;G9 >30);И(Лист2!C9=2;G9>40));0,8;1)

Однако, если сравнить сложность этой формулы и время, потраченное на ее осознание и правильный ввод, то предлагаемый вначале вариант вычислений выглядит намного предпочтительней.

6.7.3. Варианты заданий

Организовать вычисление указанного вида налога

Номер задания соответствует номеру студента по классному журналу.

Порядок исчисления налогов и значения налоговых ставок взять из соответствующих статей налогового кодекса.

1. Налог на прибыль организаций
2. Государственная пошлина
3. НДФЛ
4. Единый социальный налог
5. НДС
6. Налог с владельцев транспортных средств
7. Акцизы на табачные изделия
8. Акцизы на ликеро-водочную продукцию
9. Акцизы на добычу полезных ископаемых
10. Налог на добычу полезных ископаемых
11. Сборы за выдачу лицензий и право на производство и оборот этилового спирта, спиртосодержащей и алкогольной продукции
12. Сборы за использование наименований «Россия», «Российская федерация» и словосочетаний на их основе
13. Налог на транспортные средства
14. Налог на дарение
15. Налог на наследование

6.8. Моделирование динамических процессов

6.8.1. Общие сведения

Многие процессы в природе (в том числе и экономике) протекают во времени. Такие процессы называются динамическими и для их описания обычно используются дифференциальные уравнения (или их системы).

Дифференциальными уравнениями называют уравнения вида:

$$y' = F(x,y). \qquad (6.27)$$

Если в левой части уравнения находится первая производная от функции, то уравнение называется дифференциальным уравнением первого порядка, если вторая производная, то – второго порядка и т.д.

С точки зрения решения все дифференциальные уравнения можно разделить на две группы. К первой группе относятся такие уравнения, для которых можно получить аналитическое решение, т.е. уравнение вида:

$$y = f(x). \qquad (6.28)$$

Методы решения дифференциальных уравнений описаны в соответствующей литературе. Если исследователю повезло и дифференциальное уравнение решаемо, то работать с объектом можно, используя формулу (6.28).

К сожалению, подавляющая часть встречающихся на практике уравнений не имеют аналитического решения, и для их решения приходится использовать численные методы.

В этом случае решение сводится к получению зависимости (6.28) в виде таблицы пар значений x - y.

В общем случае дифференциальное уравнение может иметь множество решений. Для нахождения единственного решения используются дополнительные условия.

На практике чаще всего встречается так называемая задача Коши. В ней условие единственности решение определяется значением функции в начальной точке:

$$y(x_0)=y_0 \qquad (6.29)$$

Основным недостатком численных методов является необходимость выбора шага интегрирования. Если он подобран неудачно, то получающееся решение чаще всего не имеет ничего общего с реальным решением. Кроме того, при программировании этих методов дополнительной проблемой является неустойчивость решения. Это обычно выражается в том, что программа либо аварийно завершается ввиду переполнения, либо работает неприемлемо долго.

6.8.2. Порядок выполнения работы

1. Выписать свой вариант задания.
2. Для выполнения работы используется файл ***Diffur.xls.***
3. Загрузить указанный файл.
4. Вызвать макрос (***Сервис > Макрос > Макросы > Выбрать макрос Systema > Изменить***) и в подпрограмму ***Systema*** ввести правые части своих уравнений.
5. Вернуться в Excel и заполнить таблицы начальных значений, времени протекания процесса и интервал расчетов.
6. С помощью кнопки «Расчет» выполнить расчеты.

6.8.3. Пример

Пусть в качестве задания дана система (из варианта 12):

$$\frac{dN_1}{dt} = -k_1 \cdot N_1 \cdot N_2$$
$$\frac{dN_2}{dt} = k_1 N_1 N_2 - k_2 N_2$$
$$\frac{dN_3}{dt} = k_2 N_2$$

В файле ***Diffur.xls*** в макросе “Systema” уже прописано дифференциальное уравнение следующего вида:

```
Private Sub Systema()
F(1) = k1 * N(1) - k2 * N(1) * N(2)
F(2) = -k3 * N(2) + k4 * N(1) * N(2)
F(3) = 0
End Sub
```

В данный макрос вместо имеющихся уравнений вписать уравнения, соответствующие заданию:

```
Private Sub Systema()
F(1) = - k1 * N(1) * N(2)
F(2) = k1 *N(1)* N(2) – k2 * N(2)
F(3) = k2*N(2)
End Sub
```

В Excel:

– в поля «Начальные значения» вписать:

Начальные значения	
N1	100
N2	1
N3	0

– в поля «Время» и «Интервал» вписать:

Время	1
Интервал	0,001

– в поля «Параметры уравнения» вписать:

Параметры уравнения	
k1	0,5
k2	4
k3	
k4	
k5	
k6	

Примечания.

а) Подбор параметров расчетов дело очень творческое.

Здесь требуется «почувствовать» моделируемый процесс и представить, как он должен протекать. Исходя из своих представлений процесса и подбираются указанные выше параметры.

б) Особую роль играет параметр «Интервал». Его значение зависит от вида уравнений, их коэффициентов и времени. Чем меньше значение интервала, тем точнее производятся расчеты. Его минимальная величина определяется балансом между временем расчетов и их точностью.

Щелкнуть по кнопке «Расчет». В результате выполнения макроса таблица расчетов заполнится данными и на их основе будет построен график вида (рис. 6.4):

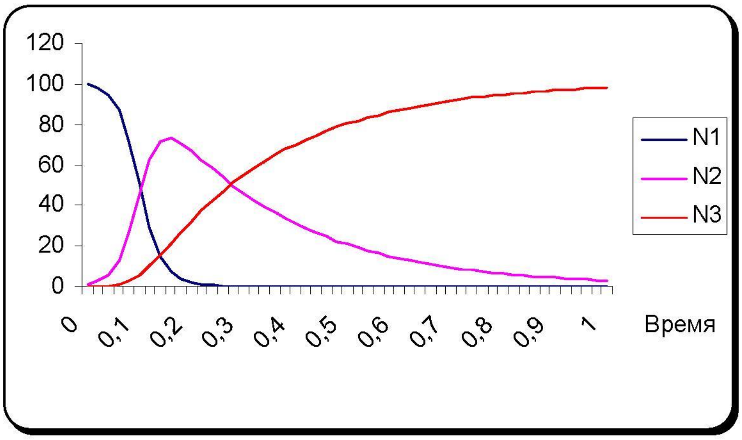


Рис. 6.4. Графическое представление результатов расчетов задачи о коньюнктуре

Главное требование к результатам расчетов:

Результаты должны отражать основные закономерности процесса

Недопустимы результаты, показывающие только начальную или только конечную стадию процесса. Для рассматриваемого примера это могут быть рисунки типа (рис. 6.5, 6.6):

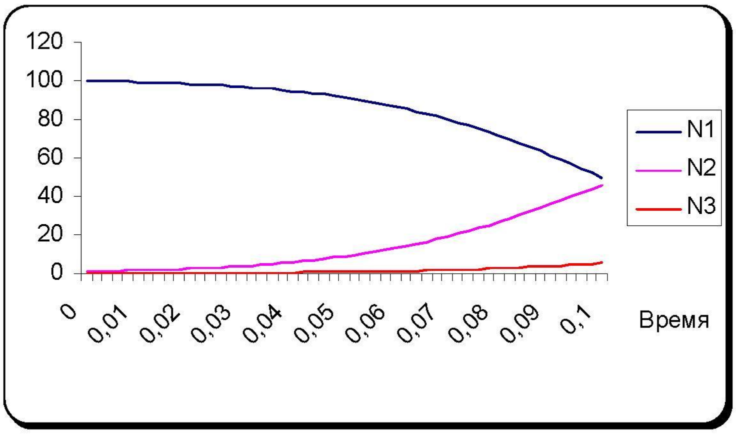


Рис. 6.5. Графическое представление результатов расчетов задачи о коньюнктуре

при задании малого времени протекания процесса

или

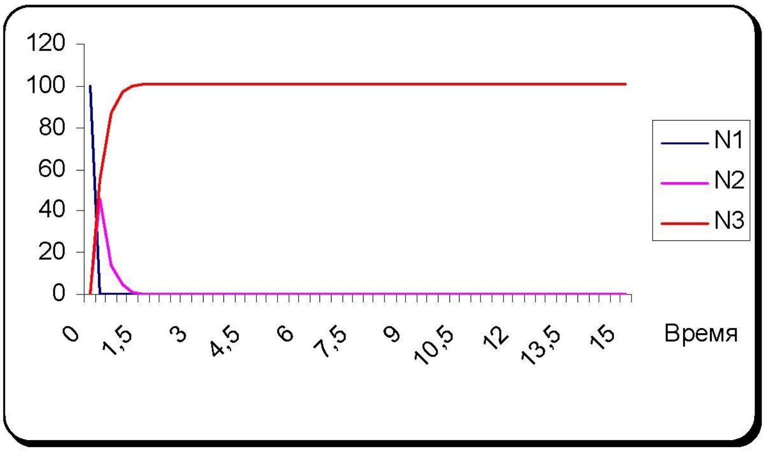


Рис. 6.6. Графическое представление результатов расчетов задачи о коньюнктуре при задании чрезмерно большого времени протекания процесса

6.8.4. Варианты заданий

1. Производство в условиях постоянного спроса

Пусть имеется постоянный и устойчивый спрос на некоторое условное изделие – N_{max}. В таких условиях динамика объема производства этих изделий (N) будет описываться с помощью уравнения:

$$\frac{dN}{dt} = k \cdot (N_{max} - N),$$

где k – некоторый коэффициент пропорциональности;

N – текущий объем производства;

N_{max} – максимальный спрос на изделие.

Построить на одном рисунке зависимости N – t при различном начальном объеме выпуска изделий.

Указание

При вводе уравнения в программу вместо N_{max} следует указывать конкретное число.

2. Конкуренция

Предположим, что некоторое изделие с постоянной величиной спроса выпускается двумя фирмами. Тогда динамика производства этого изделия каждой фирмой будет описываться следующей системой уравнений:

$$\frac{dN_1}{dt} = k_1(V - N_1 - N_2)$$
$$\frac{dN_2}{dt} = k_2(V - N_1 - N_2),$$

где k_1 и k_2 – некоторые коэффициенты, характеризующие мобильность производства каждой фирмы;

N_1 и N_2 – текущие объемы производства изделия первой и второй фирмами;

V – общий спрос на изделие.

Получить зависимости объема выпуска каждой фирмы от времени при различных начальных объемах выпуска и коэффициентах мобильности.

3. Сезонное производство

Спрос на многие изделия носит сезонный характер. Пусть, к примеру, его зависимость от времени описывается следующей функцией:

$$S = k_1 + k_1 Sin(k_2 t).$$

Тогда динамика производства этих изделий, подстраиваясь под спрос, будет иметь вид:

$$\frac{dN}{dt} = S - N.$$

или

$$\frac{dN}{dt} = k_1 + k_1 Sin(k_2 t) - N,$$

где N – текущий уровень производства;

S – общий спрос на изделия в данный момент;

k_1 и k_2 – некоторые коэффициенты.

Указания

а) Входящее в итоговое уравнение время в программе обозначено как переменная с именем *tt*;

б) Выражаемую уравнением (*) зависимость спроса от времени рассчитать в отдельном столбце;

в) Построить на одном рисунке зависимости S(t) и N(t).

4. Дилеры

Проследим динамику развития дилерской сети. Молодые и энергичные дилеры пытаются увеличить спрос на свои товары. Пусть их начальная численность равна D_0. Имеется также N_0 потенциальных покупателей, которым товар будет продан с какой-то вероятностью. Естественно предположить, что с увеличением количества проданного товара, количество желающих заниматься подобной деятельностью возрастает. В то же время это занятие достаточно хлопотное и постепенно дилеры переходят к другим видам деятельности. Т. е. их численность вследствие естественных причин постоянно уменьшается.

Если аналогично порассуждать относительно покупателей, то нетрудно прийти к модели типа «хищник – жертва». При этом дилеры – это «хищники», а покупатели – «жертвы» (если почитать современную прессу, то аналогия полная – к примеру, когда старушкам продают совершенно ненужный им, а иногда и не работающий, очередной китайский прибор «от всех болезней»).

Данная модель описывается системой:

$$\begin{aligned}\frac{dN_1}{dt} &= k_1N_1 - k_2N_1N_2 \\ \frac{dN_2}{dt} &= k_3N_1N_2 - k_4N_2\end{aligned},$$

где N_1 и N_2 – текущие количества жертв и хищников;

k_1, k_2, k_3, k_4 – соответственно коэффициент размножения жертв, вероятность быть съеденным при встрече с хищником (для жертв), вероятность поймать жертву (для хищников), коэффициент смертности (для хищников).

5. Рыночные отношения

При невысоких ценах на некоторые товары (например, на землю) появляется и соответствующий спрос. Но тогда повышение спроса провоцирует повышение цены на этот товар. В результате повышения цен спрос начинает падать. Следствием этого является падение цен. И т. д. Динамику такого взаимодействия можно описать следующим образом:

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= k_1 \cdot (C_{max} - C) \\ \frac{dC}{dt} &= k_2 \cdot S\end{aligned},$$

где C – цена;

C_{max} – максимально возможная цена, при которой спрос обращается в нуль;

S – спрос;

k_1 и k_2 – некоторые коэффициенты.

Проследить поведение системы при различных начальных значениях цены и спроса.

Указание

При вводе уравнения в программу вместо C_{max} следует указывать конкретное число.

6. Взаимопоставки

Современное производство основано на специализации. При этом обычно выстраивается цепочка поставок продукции от одних предприятий другим. Например, одно предприятие выпускает полупроводниковые детали, второе – собирает из них приборы, а третье – использует эти приборы в своих машинах. Динамику производства всех трех предприятий можно описать системой уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{dP_1}{dt} &= k_1 \cdot (P_{max} - P_1) \\ \frac{dP_2}{dt} &= k_2 \cdot (P_1 - P_2) \\ \frac{dP_3}{dt} &= k_3 \cdot (P_2 - P_3)\end{aligned},$$

где P_{max} – максимальная потребность в изделиях третьего предприятия.;

P_1, P_2, P_3 – текущие объемы выпуска предприятий;

k_1, k_2, k_3 – коэффициенты мобильности производств на соответствующих предприятиях.

Указание

При вводе уравнения в программу вместо P_{max} следует указывать конкретное число.

7. Цены в условиях ограниченного объема выпуска

Предположим, что имеется изделие с ограниченным выпуском. Пусть это будет редкое лекарство, для которого сырье в очень небольших количествах завозится из джунглей Амазонки. При повышении спроса на это лекарство имеет смысл поднять цены на него. Но с повышением цены начнет падать и спрос. В конце концов, должна установиться такая цена, при которой спрос равен производству. Динамику такого процесса можно описать следующей системой уравнений:

$$\frac{dC}{dt} = k_1 \cdot S \cdot (C_{max} - C)$$
$$\frac{dS}{dt} = k_2 \cdot (S_{max} - S),$$

где C и S – текущие значения цены и спроса;

C_{max} – максимальная цена, которую могут заплатить покупатели за данный товар. Если товар будет дороже, то покупатели просто переключаться на другой товар;

S_{max} – максимальное количество выпускаемого товара;

k_1, k_2 – коэффициенты пропорциональности.

Указание

При вводе уравнений в программу вместо C_{max} и S_{max} следует указывать конкретное число.

8. Северный завоз

На короткое полярное лето для навигации открываются реки, по которым в полярные города завозятся товары (продовольствие, горючее и т. д.). До начала навигации все товары, предназначенные к отправке, скапливаются на складах. К моменту открытия навигации известно начальное количество товаров. При открытии навигации начинается перегрузка товара на речной транспорт, затем следует перевозка и разгрузка в пункте назначения.

Таким образом, а процессе завоза товар находится в трех состояниях: на исходных складах, на транспорте и на конечных складах. Динамика процесса перевозки описывается системой уравнений:

$$\frac{dN_1}{dt} = -k_1 N_1$$
$$\frac{dN_2}{dt} = k_1 N_1 - k_2 N_2 ,$$
$$\frac{dN_3}{dt} = k_2 N_2$$

где N_1, N_2, N_3 – количество товаров, находящихся соответственно на исходных складах, в процессе транспортировки и на конечных складах;

k_1, k_2 – коэффициенты, характеризующие скорость погрузки и выгрузки товаров.

9. Два пароходства

Для реализации северного завоза были заключены контракты с двумя пароходствами. Транспортная мощность первого составляет k_1, а второго – k_2. Динамика перевозки описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{dN_1}{dt} = -(k_1 + k_2) \cdot N_1$$
$$\frac{dN_2}{dt} = k_1 N_1 \qquad ,$$
$$\frac{dN_3}{dt} = k_2 N_1$$

где N_1 – общее количество грузов;

N_2 – количество грузов, перевезенных первым пароходством;

N_3 – количество грузов, перевезенных вторым пароходством.

10. Последовательные перевозки

Для реализации того же северного завоза может использоваться схема последовательных перевозок. При этом исходные груза сначала скапливаются на складах железной дороги. При открытии северных рек для навигации, накопленные товары грузятся в железнодорожные составы и перевозятся на склады речных пароходств. С этих складов уже пароходами грузы перевозятся на конечные склады. Динамика перемещения грузов описывается следующим образом:

$$\frac{dN_1}{dt} = -k_1 N_1$$
$$\frac{dN_2}{dt} = k_1 N_1 - k_2 N_2 ,$$
$$\frac{dN_3}{dt} = k_2 N_2$$

где N_1, N_2, N_3 – количество товаров, находящихся соответственно на исходных складах, на складах пароходства и на конечных складах;

k_1, k_2 – коэффициенты, характеризующие скорость погрузки и выгрузки товаров.

11. Антимонопольная система

Во многих странах действует антимонопольное законодательство, которое препятствует захвату рынка одним производителем. Одним из мероприятий, препятствующих монополизации, является установка предельных квот монополизации. Типичным примером действенности этого законодательства являются регулярные многомиллионные штрафы, накладываемые на фирму MicroSoft. Динамика этого процесса описывается следующим образом:

$$\frac{dP}{dt} = (100 - P) - S$$
$$\frac{dS}{dt} = P - 40 \quad ,$$

где P – объем производства фирмой монополистом (%);
S – сумма штрафов, накладываемых на эту фирму;
100 – весь объем рынка, равный 100%;
40 – максимальная квота захвата рынка, равная 40%.

12. Конъюнктура

Имеется ряд товаров не первой необходимости, потребность в которых появляется по конъюнктурным причинам. Это может быть мода на меха, золото, мода на авангардные постановки и т. д.

Динамика такого процесса описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{dN_1}{dt} = -k_1 \cdot N_1 \cdot N_2$$
$$\frac{dN_2}{dt} = k_1 N_1 N_2 - k_2 N_2 \, ,$$
$$\frac{dN_3}{dt} = k_2 N_2$$

где N_1 – число людей, еще не успевших одеться в меха;
N_2 – число людей, щеголяющих в меховых манто;
N_3 – число людей, которым эта мода уже надоела;
k_1, k_2 – некоторые коэффициенты.

13. Количество информации в Интернет

В настоящее время наблюдается рост как самой сети Интернет, так и количества хранящейся в ней информации. На сегодняшний момент времени динамику процесса можно описать следующим уравнением:

$$\frac{dI}{dt} = k \cdot I^n \, ,$$

Где I – количество информации;

k, n – некоторые коэффициенты.

14. Валютная интервенция

В преддверии выборов президент дал указание директору Центробанка произвести мероприятия по сдерживанию курса доллара. У директора для этого есть только одна возможность – интервенция валютных резервов. Поскольку запасы валюты ограничены, спрашивается, сколько времени удастся сдерживать курс доллара, если известны величина валютных резервов и темп инфляции.

Динамика этого процесса описывается следующим образом:

$$\frac{dI}{dt} = p$$

$$\frac{dZ}{dt} = -k_1 \cdot Z \cdot K\ ,$$

$$\frac{dK}{dt} = p - k_2 Z$$

где p – темп инфляции;

I – величина инфляции;

K – текущие запасы валюты;

k_1, k_2 – некоторые коэффициенты.

15. Реклама

Примером взаимозависимых экономических параметров является зависимость между расходами на рекламу и объемом сбыта. При этом известно, что величина сбыта не зависит от текущих расходов на рекламу. Эта связь всегда проявляется с опозданием. Известны случаи, когда реклама какого-то изделия давно исчезла, а спрос на него продолжает повышаться. Период запаздывания зависит от вида рекламируемых изделий – для жевательной резинки он может составлять несколько дней, а для компьютерной техники – несколько месяцев.

Подобные процессы описываются следующей системой уравнений:

$$\frac{dC}{dt} = k_1 \cdot R_{\Delta t}$$

$$\frac{dR}{dt} = -k_2 \cdot \frac{dC}{dt}\ ,$$

где C – текущий объем сбыта;

$R_{\Delta t}$ – затраты на рекламу в момент времени $(t - \Delta t)$;

k_1, k_2 – некоторые коэффициенты.